

ملخص دروس الوحدة الثانية 12 عام

Mathematics الرياضيات

الصف الثاني عشر عام 12 GENERAL

الفصل الاول

بريدج BRIDGE

2026-2027

الوحدة 2

كثيرات الحدود والدوال كثيرة الحدود

Polynomials and Polynomial Functions

الأستاذ عماد عودة

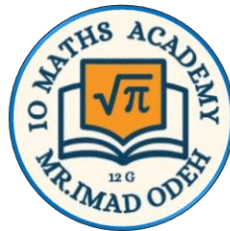
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

اسم الطالب: -



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/IOmaths12General>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

الدرس 2-1

العمليات على كثيرات الحدود

نواتج التعلم

- 1- ضرب وقسمة وتبسيط أحاديات الحد والتعبير التي تحتوي على قوى
- 2- جمع وطرح وضرب كثيرات الحدود

ضرب أحاديات الحد وقسمتها

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

ملخص المفهوم خواص الأسس		
لأي عددين حقيقيين x و y ، والعددين الصحيحين a و b :		
الأمثلة	التعريف	الخاصية
3^6 أو $3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4}$ p^{11} أو $p^2 \cdot p^9 = p^{2+9}$	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	ناتج ضرب الأسس
9^3 أو $\frac{9^5}{9^2} = 9^{5-2}$ b^2 أو $\frac{b^6}{b^4} = b^{6-4}$	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}, x \neq 0$	ناتج قسمة الأسس
$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$ $\frac{1}{b^{-7}} = b^7$	$\frac{1}{x^{-a}} = x^a, x \neq 0$ و $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$	الأس السالب
3^6 أو $(3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2}$ d^8 أو $(d^2)^4 = d^{2 \cdot 4}$	$(x^a)^b = x^{ab}$	قوة القوة
$16k^4$ أو $(2k)^4 = 2^4 k^4$ $(ab)^3 = a^3 b^3$	$(xy)^a = x^a y^a$	أس ناتج الضرب
$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y^2}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5} = \frac{b^5}{a^5}$	$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}, y \neq 0$ $\frac{y^a}{x^a}, x \neq 0, y \neq 0$ أو $\left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \left(\frac{y}{x}\right)^a$	أس ناتج القسمة
$7^0 = 1$	$x^0 = 1, x \neq 0$	للأس صفر

المفهوم الأساسي تبسيط أحاديات الحد

يكون التعبير أحادي الحد في أبسط صورة عندما:

- لا يوجد قوى أسية للأسس
- يظهر كل أساس مرة واحدة فقط
- تكون جميع الكسور في أبسط صورة
- لا توجد أسس سالبة.

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/IOmaths12General><http://www.youtube.com/@imaths2022>

بسط كل تعبير. افترض أنه لا يوجد متغير يساوي 0

مثال

1) $(2a^{-2})(3a^3b^2)(c^{-2})$

2) $\frac{q^2r^4}{q^7r^3}$

بسط كل تعبير. افترض أنه لا يوجد متغير يساوي 0

تمرين

1) $(2a^{-3}b^{-2})(-4a^2b^4)$

2) $\frac{15c^5d^3}{-3c^2d^7}$

3) $\left(\frac{a}{4}\right)^{-3}$

4) $(-2x^3y^2)^5$

5) $(2x^{-3}y^3)(-7x^5y^{-6})$

6) $\frac{12x^4y^2}{2xy^5}$

7) $(6g^5h^{-4})^3$

8) $(-2b^3c)(4b^2c^2)$

9) $\frac{7x^5y^5z^4}{21x^7y^5z^2}$

10) $(n^5)^4$

مثال		حدّد ما إن كان كل تعبير مما يلي كثيرة حدود. فإن كان كذلك، فاذكر درجة كثيرة الحدود	
1)	$\frac{1}{4}x^4y^3 - 8x^5$	2)	$\sqrt{x} + x + 4$
3)	$x^{-3} + 2x^{-2} + 6$	4)	$8x^2 + 5xy^3 - 6x + 4$
5)	$9x^2 + 12x^6 - 16$ Imad Odeh عمادة عودة	6)	$3x^4 + 2x^2 - x^{-1}$ Imad Odeh عمادة عودة

تمرين		حدّد ما إن كان كل تعبير مما يلي كثيرة حدود. فإن كان كذلك، فاذكر درجة كثيرة الحدود	
1)	$\frac{x}{y} + 3x^2$	2)	$x^5y + 9x^4y^3 - 2xy$
3)	$3x + 4y$	4)	$x^2 + \sqrt{x}$
5)	$2x^2 - 3x + 6$ Imad Odeh عمادة عودة	6)	$a^3 - 11$ Imad Odeh عمادة عودة
7)	$\frac{5np}{n^2} - \frac{2g}{h}$	8)	$\sqrt{m-7}$
9)	$\frac{ab^3 - 1}{az^4 + 3}$ Imad Odeh عمادة عودة	10)	$\frac{1}{2}x^2 - 7y$ Imad Odeh عمادة عودة

مثال		حوّل كل تعبير مما يلي لأبسط صورة.	
1)	$(4x^2 - 5x + 6) - (2x^2 + 3x - 1)$	2)	$(6x^2 - 7x + 8) + (-4x^2 + 9x - 5)$

تمرین حوّل كل تعبير مما يلي لأبسط صورة.

1) $(-x^2 - 3x + 4) - (x^2 + 2x + 5)$

2) $(3x^2 - 6) + (-x + 1)$

3) $(x^2 - 5x + 2) - (3x^2 + x - 1)$

4) $(3n + 4b) - (6a - 6b)$

5) $(7b^2 + 6b - 7) - (4b^2 - 2)$

6) $(6a^2 + 5a + 10) - (4a^2 + 6a + 12)$

7) $(5x^3 + 2x^2 - 3x + 4) - (2x^3 - 4x)$

8) $(2y^3 - 3y + 8) + (3y^2 - 6y)$

مثال بسّط

1) $3x(2x^2 - 4x + 6)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرین جد كل ناتج ضرب مما يلي.

1) $\frac{4}{3}x^2(6x^2 + 9x - 12)$

2) $-2a(-3a^2 - 11a + 20)$

3) $2a(4b + 5)$

4) $3x^2(2xy - 3xy^2 + 4x^2y^3)$

5) $3p(np - z)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

6) $4x(2x^2 + y)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

7) $\frac{1}{4}g^2(8g + 12h - 16gh^2)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

8) $x^{-2}(x^4 - 3x^3 + x^{-1})$

1) $(n^2 + 4n - 6)(n + 2)$

2) $(x^2 + 4x + 16)(x - 4)$

1) $(2x^2 - 4x + 5)(3x - 1)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

2) $(x - y)(x^2 + 2xy + y^2)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

3) $(n - 9)(n + 7)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

4) $(a + 4)(a - 6)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

5) $(n^2 - 7)(2n^3 + 4)$

6) $(a + b)(a^3 - 3ab - b^2)$

7) $(x - y)(x + y)(2x + y)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

8) $(a + b)(2a + 3b)(2x - y)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

9) $(2x - 2y)^3$

10) $(3z - 2)^3$

1) $4a(2a - 3) + 3a(5a - 4)$

2) $4(a^2 + 5a - 6) - 3(2a^3 + 4a - 5)$

3) $5xy(2x - y) + 6y^2(x^2 + 6)$

4) $(6a^2 + 5a + 10) - (4a^2 + 6a + 12)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

5) $5c(2c^2 - 3c + 4) + 2c(7c - 8)$

6) $3ab(4a - 5b) + 4b^2(2a^2 + 1)$

مثال القيادة تحدّد دائرة المرور الزمن الذي يستطيع خلاله سائقو الشاحنات العمل بين فترات الراحة بعشر ساعات. يقود محمود شاحنته خلال الفترة الأولى من نوبة عمله بسرعة 60 كيلومترًا في الساعة، ويقود خلال الفترة الثانية من النوبة بسرعة 70 كيلومترًا في الساعة. اكتب كثيرة حدود لتمثيل المسافة التي يقطعها.

تمرين بحوزة طارق مبلغ **AED 900** يود استثمارها في حسابٍ للتوفير بنسبة مربحة تساوي **1.8 %**، وفي حسابٍ لسوق المال يدفع له نسبة **4.2%** في العام. اكتب كثيرة حدود للمربحة التي سيجنيها في عام واحد إذا استثمر x درهمًا في حساب التوفير.

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين تمرين تنمّن فوزية لمدة 75 دقيقة في اليوم. وهي تمارس تمارين الأيروبيك، والذي يحرق في المتوسط 10 سعرات في الدقيقة، وتمرين الأثقال، والذي يحرق 7.5 سعرات حرارية في الدقيقة. اكتب كثيرة حدود لتمثيل كمية السعرات الحرارية التي تحرقها فوزية في يوم واحد إذا كانت تقضي x دقيقة في تمرين الأثقال.

الطلاء استأجر حميد عاملين لطلاء منزله. يتقاضى عامل الطلاء الأول **AED12** في الساعة ويتقاضى عامل الطلاء الثاني **11 AED** ويستغرق طلاء المنزل **15** ساعة.
 (أ) اكتب كثيرة حدود تمثل التكلفة الإجمالية للمهمة إذا عمل عامل الطلاء الأول لمدة x ساعة.
 (ب) اكتب كثيرة حدود تمثل التكلفة الإجمالية للمهمة إذا عمل عامل الطلاء الثاني لمدة y ساعة

تمرين

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين

(2) اوجد قيمة k التي تجعل $q^{41} = q^{4k} \cdot q^5$ صحيحة

(1) إذا كان $5^{k+7} = 5^{2k-3}$ اوجد قيمة k

تمرين بسط التعبير افترض انه لا يوجد متغير يساوي 0

$$(-x^{-2}y^5)(2x^4y^{-3})$$

a) $-2x^2y^2$

b) $\frac{2y^2}{x^2}$

c) $-\frac{2x^2}{y^2}$

d) $-2x^{-8}y^{-15}$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين بسط التعبير افترض انه لا يوجد أي متغير يساوي صفر

$$\frac{3x^3y^4z}{9xy^5z}$$

a) $\frac{3x^2z^2}{y}$

b) $3x^4y^6z^2$

c) $\frac{x^2}{3y}$

d) $\frac{x^4z^2}{3y}$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين بسط التعبير افترض انه لا يوجد أي متغير يساوي صفر Simplify assume that no variable equals 0

$$(-2x^{-4}y^3)(-7x^6y^{-2})$$

a) $-\frac{14y}{x^2}$

b) $14x^2y$

c) $-\frac{2x^2}{7y}$

d) $14xy^2$

الاستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/IOmaths12General>
<http://www.youtube.com/@imaths2022>

تمرين بسط التعبير افترض انه لا يوجد أي متغير يساوي صفر Simplify assume that no variable equals 0

$$(-x^{-2}y^5)(2x^4y^{-3})$$

- a) $-2x^2y^2$
 b) $-\frac{2y^2}{x^2}$
 c) $-\frac{2x^2}{y^2}$
 d) $-2x^{-8}y^{-15}$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

simplify

تمرين بسط

$$(3x^0)(2x^4)$$

- a) $2x^4$
 b) $18x^4$
 c) $12x^4$
 d) $18x^6$

تمرين بسط التعبير افترض انه لا يوجد أي متغير يساوي ص

$$\frac{a^4n^7}{an^{-1}}$$

- a) $\frac{a^2}{n^3}$
 b) a^2n^8
 c) a^3n^6
 d) a^3n^8

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين حول كل تعبير مما يلي لأبسط صورة

$$(-4x^2 + 2x + 3) - 3(2x^2 - 5x + 1)$$

- a) $2x^2$
 b) $-10x^2 + 17x$
 c) $-10x^2$
 d) $2x^2 + 17x$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين بسط التعبير

$$4(4x - 9y) + 8(3x + 2y)$$

- a) $16x - 20y$
 b) $40x - 20y$
 c) $20x - 40y$
 d) $24x + 16y$

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/IOmaths12General>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

$$(-2)(2x + y) - 3(x - 2y)$$

- a) $7x - 4y$
- b) $-7x - 4y$
- c) $4y - 7x$
- d) $4y + 7x$

$$-2(-5x + 6y) - 9(-2x + 4y)$$

- a) $28x - 48y$
- b) $-18x + 48y$
- c) $28x + 48y$
- d) $-8x + 24y$

$$3(2y + 5x) - 7(-2 + y)$$

- a) $y + 15x + 14$
- b) $y + 15x - 14$
- c) $-y + 15x + 14$
- d) $-y + 15x - 14$

$$3(4x - 2y) - 2(3x + y)$$

- a) $18x - 18y$
- b) $6x + 4y$
- c) $8x - 4y$
- d) $6x - 8y$

$$4(4x - 9y) + 8(3x + 2y)$$

- a) $16x - 20y$
- b) $40x - 20y$
- c) $20x - 40y$
- d) $24x + 16y$

$$(-4x^2 + 2x + 3) - 3(2x^2 - 5x + 1)$$

- a) $2x^2$
- b) $-10x^2 + 17x$
- c) $-10x^2$
- d) $2x^2 + 17x$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين أي كثيرة حدود تمثل

$$(4x^2 + 5x - 3)(2x - 7)$$

- a) $8x^3 - 18x^2 - 41x - 21$
- b) $8x^3 + 18x^2 - 29x - 21$
- c) $8x^3 - 18x^2 - 41x + 21$
- d) $8x^3 + 18x^2 - 29x + 21$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين أي كثيرة حدود تمثل

$$(x^2 + 4x + 16)(x - 4)$$

- a) $x^3 - 64$
- b) $x^3 + 64$
- c) $x^3 - 8x^2 + 16x - 64$
- d) $x^3 + 8x^2 + 32x - 64$

تمرين أي كثيرة حدود تمثل

$$(2x^2 - 4x + 5)(3x - 1)$$

- a) $6x^3 - 14x^2 + 19x - 5$
- b) $6x^3 - 10x^2 + 19x + 5$
- c) $6x^3 + 14x^2 - 19x - 5$
- d) $6x^3 - 2x^2 + 15x - 5$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

$$(n - 9)(n + 7)$$

- a) $n^2 + 2n - 63$
- b) $n^2 - 2n - 63$
- c) $n^2 - 16n - 63$
- d) $n^2 + 16n + 63$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

$$(a + 4)(a - 6)$$

- a) $a^2 - 2a - 24$
- b) $a^2 + 2a - 24$
- c) $a^2 - 10a - 24$
- d) $a^2 + 10a + 24$

$$(6a^2 + 5a + 10)(4a^2 + 6a + 12)$$

- a) $24a^4 + 56a^3 + 122a^2 + 120a + 120$
- b) $24a^4 + 36a^3 + 72a^2 + 20a + 120$
- c) $24a^4 + 20a^3 + 100a^2 + 120a + 60$
- d) $10a^4 + 30a^3 + 80a^2 + 90a + 120$

$$(a + b)(a^3 - 3ab - b^2)$$

- a) $a^4 - 3a^2b - ab^2 + a^3b - 3ab^2 - b^3$
- b) $a^4 + a^3b - 3a^2b - 4ab^2 - b^3$
- c) $a^4 - 3a^2b + ab^2 + b^3$
- d) $a^4 + 3a^3b + 3ab^2 - b^3$

$$(x - y)(x^2 + 2xy + y^2)$$

- a) $x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$
 b) $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$
 c) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
 d) $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

$$(n^2 - 7)(2n^3 + 4)$$

- a) $2n^5 + 4n^2 - 14n^3 - 28$
 b) $2n^5 - 14n^3 + 4n^2 - 28$
 c) $2n^5 + 4n^3 - 14n^2 - 28$
 d) $2n^5 - 7n^3 + 2n^2 - 14$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

$$4(a^2 + 5a - 6) - 3(2a^3 + 4a - 5)$$

- a) $-6a^3 + 4a^2 + 8a - 9$
 b) $-6a^3 + 4a^2 + 12a - 29$
 c) $6a^3 + 4a^2 + 8a - 9$
 d) $-6a^3 - 4a^2 + 8a + 9$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

$$5xy(2x - y) + 6y^2(x^2 + 6)$$

- a) $10x^2y - 5xy^2 + 6x^2y^2 + 36y^2$
 b) $10x^2y + 6x^2y^2 - 5xy^2 + 36y$
 c) $10x^2y^2 - 5xy + 6x^2y^2 + 36y^2$
 d) $10x^2y + 5xy^2 + 6x^2y^2 + 36y^2$

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/IOmaths12General><http://www.youtube.com/@imaths2022>

$$(x - y)(x + y)(2x + y)$$

- a) $2x^3 + x^2y - 2xy^2 - y^3$
 b) $2x^3 - x^2y + 2xy^2 - y^3$
 c) $2x^3 + 2x^2y - xy^2 - y^3$
 d) $x^3 + 2x^2y - xy^2 + y^3$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

$$(a + b)(2a + 3b)(2x - y)$$

- a) $4a^2x - 2a^2y + 10abx - 5aby + 6b^2x - 3b^2y$
 b) $4a^2x + 2a^2y + 10abx + 5aby + 6b^2x + 3b^2y$
 c) $2a^2x - 4a^2y + 5abx - 10aby + 3b^2x - 6b^2y$
 d) $4a^2x - 2a^2y - 10abx + 5aby - 6b^2x + 3b^2y$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

$$(2x - 2y)^3$$

- a) $8x^3 - 24x^2y + 24xy^2 - 8y^3$
 b) $8x^3 - 12x^2y + 12xy^2 - 8y^3$
 c) $8x^3 + 24x^2y + 24xy^2 + 8y^3$
 d) $2x^3 - 6x^2y + 6xy^2 - 2y^3$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

$$(3z - 2)^3$$

- a) $27z^3 - 54z^2 + 36z - 8$
 b) $27z^3 - 18z^2 + 12z - 8$
 c) $27z^3 + 54z^2 + 36z + 8$
 d) $9z^3 - 18z^2 + 12z - 8$

الدرس 2-2

قسمة كثيرات الحدود

Dividing with Polynomials

نواتج التعلم

قسمة كثيرات الحدود باستخدام القسمة المطولة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

قسمة كثيرات الحدود باستخدام القسمة التركيبية

القسمة المطولة

مثال حوّل لأبسط صورة

$$\frac{6x^4y^3 + 12x^3y^2 - 18x^2y}{3xy}$$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين حوّل لأبسط صورة

1) $(20c^4d^2f - 16cdf^2 + 4cdf) \div (4cdf)$

2) $(18x^2y + 27x^3y^2z)(3xy)^{-1}$

3) $\frac{4xy^2 - 2xy + 2x^2y}{xy}$

4) $(3a^2b - 6ab + 5ab^2)(ab)^{-1}$

5) $\frac{24a^3b^2 - 16a^3b^3}{8ab}$

6) $\frac{5x^2 - 10xy + 15xy^2}{5xy}$

الطاقة تقلل المصابيح الضوئية الوهاجة المدمجة (CFL) من الهدر في الطاقة. حيث يمكن تقدير الانخفاض في كمية الطاقة المهدورة كل يوم في منطقة ما بالعلاقة $-b^2 + 8b$ وفيها b عدد المصابيح اقسم على b لإيجاد كمية الطاقة المدخرة لكل مصباح.

القسمة التركيبية

مثال	استخدم القسمة المطولة لإيجاد	عماد عودة Imad Odeh	عماد عودة Imad Odeh	عماد عودة Imad Odeh
				$(x^2 + 3x - 40) \div (x - 5)$

تمرين	استخدم القسمة المطولة لإيجاد كل ناتج قسمة.
-------	--

1) $(x^2 + 7x - 30) \div (x - 3)$

2) $(x^2 - 13x + 12) \div (x - 1)$

عماد عودة Imad Odeh

عماد عودة Imad Odeh

عماد عودة Imad Odeh

عماد عودة Imad Odeh

3) $(x^2 - 6x - 20) \div (x + 2)$

4) $(2a^2 - 4a - 8) \div (a + 1)$

عماد عودة Imad Odeh

عماد عودة Imad Odeh

عماد عودة Imad Odeh

عماد عودة Imad Odeh

تمرين استخدم القسمة المطولة لإيجاد كل ناتج قسمة.

5) $(y^5 - 3y^2 - 20) \div (y - 2)$

6) $(b^3 - 4b^2 + b - 2) \div (b + 1)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

7) $(z^4 - 3z^3 + 2z^2 - 4z + 4)(z - 1)^{-1}$

8) $(x^5 - 4x^3 + 4x^2) \div (x - 4)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

القسمة التركيبية

المفهوم الأساسي القسمة التركيبية

الخطوة 1 اكتب معاملات المقسوم بحيث تكون درجات الحدود بترتيب تنازلي. اكتب الثابت r الخاص بالمقسوم عليه $r - x$ في الصندوق. أنزل المعامل الأول.

الخطوة 2 اضرب المعامل الأول في r ، واكتب ناتج الضرب أسفل المعامل الثاني.

الخطوة 3 اجمع ناتج الضرب مع المعامل الثاني.

الخطوة 4 كرر الخطوتين 2 و 3 إلى أن تصل إلى مجموع في العمود الأخير. الأعداد على طول الصف السفلي هي معاملات ناتج القسمة. والقوة الأسية للحد الأول أقل بواحد من درجة المقسوم. والعدد النهائي هو الباقي.

Imad O

عماد

مثال استخدم القسمة التركيبية لإيجاد

$(2x^3 - 13x^2 + 26x - 24) \div (x - 4)$

1) $(2x^3 + 3x^2 - 4x + 15) \div (x + 3)$

2) $(3x^3 - 8x^2 + 11x - 14) \div (x - 2)$

3) $(4a^4 + 2a^2 - 4a + 12) \div (a + 2)$
Imad Odeh عماد عودة Imad Odeh عماد عودة

4) $(6b^4 - 8b^3 + 12b - 14) \div (b - 2)$
Imad Odeh عماد عودة Imad Odeh عماد عودة

5) $\frac{y^3 + y^3 + 11y^2 - 10y + 6}{y + 2}$
Imad Odeh عماد عودة Imad Odeh عماد عودة

6) $(g^4 - 3g^2 - 18) \div (g - 2)$
Imad Odeh عماد عودة Imad Odeh عماد عودة

7) $(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) \div (x + 1)$

8) $(4y^3 + 18y^2 + 5y - 12) \div (y + 4)$

$(3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x) \div (3x + 1)$

1) $(8x^4 - 4x^2 + x + 4) \div (2x + 1)$

2) $(8y^5 - 2y^4 - 16y^2 + 4) \div (4y - 1)$

3) $(15b^3 + 8b^2 - 21b + 6) \div (5b - 4)$

4) $(6c^3 - 17c^2 + 6c + 8) \div (3c - 4)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

5) $(10x^4 + 15x + 20) \div (5x + 5)$

6) $(18a^2 + 6a + 9) \div (3a - 2)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

7)
$$\frac{12b^2 + 23b + 15}{3b + 8}$$

8)
$$\frac{27y^2 + 27y - 30}{9y - 6}$$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

9) $(2b^3 - 6b^2 + 8b) \div (2b + 2)$

10) $(6z^6 + 3z^4 - 9z^2) \div (3z - 6)^{-1}$

الاستنتاج تم تصميم الصندوق لمنتج جديد بطريقة تربط وفقها علاقة محددة بين الأبعاد الثلاثة وهي محدّدة بالمتغير x يمكن كتابة حجم الصندوق بالصيغة $6x^3 + 31x^2 + 53x + 30$ ، حيث الارتفاع دائماً يساوي $x + 2$ ما عرض الصندوق وطوله؟

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

يتناسب الجهد الكهربائي V مع التيار I والطاقة P حسب المعادلة $P = \frac{V}{I}$ يمكن تمثيل قدرة محرك بالعلاقة $P(t) = t^3 + 9t^2 + 26t + 24$ فإذا كانت شدة تيار المحرك تساوي $I = t + 4$ فاكتب تعبيراً يمثل الجهد.

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين أي تعبير يساوي

$$(a^2 + 7a - 11)(3 - a)^{-1}$$

- a) $a + 10 - \frac{19}{3 - a}$
- b) $-a - 10 + \frac{19}{3 - a}$
- c) $-a + 10$
- d) $-a - 10 - \frac{19}{3 - a}$

تمرين أي تعبير يساوي

$$(r^2 + 5r + 7)(1 - r)^{-1}$$

- a) $-r - 6 - \frac{13}{1 - r}$
- b) $r - 6 + \frac{13}{1 - r}$
- c) $r + 6$
- d) $r + 6 - \frac{13}{1 - r}$

$$(x^2 + 3x - 9)(4 - x)^{-1}$$

a) $-x - 7 + \frac{19}{4 - x}$

b) $-x - 7$

c) $x + 7 - \frac{19}{4 - x}$

d) $-x - 7 - \frac{19}{4 - x}$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Which expression below is equal to

تمرين أي تعبير مما يلي يساوي

$$(30x^2 - 11x + 15)(5x - 6)^{-1}$$

a) $6x + 5 + \frac{45}{5x - 6}$

b) $6x - 5 + \frac{45}{5x + 6}$

c) $-6x - 5 + \frac{45}{5x - 6}$

d) $6x + 5$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Which expression below is equal to

تمرين أي تعبير مما يلي يساوي

$$(b^3 + 2b^2 - b - 2) \div (b + 2)$$

a) $b^2 + 1$

b) $b^2 - 1$

c) $b^2 + 2b + 1$

d) $b^2 + 3b + 2$

تمرين حجم المنشور المستطيل يساوي $6x^3 + 19x^2 + 2x - 3$ فأأي تعبير كثيرة الحدود يمثل مساحة القاعدة؟

a) $6x^4 + 37x^3 + 59x^2 + 3x - 9$

Imad Odeh عماد عودة

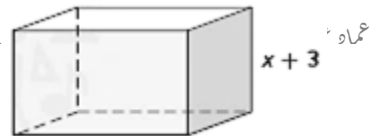
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh

b) $6x^2 + x + 1$

c) $6x^2 + x - 1$

d) $6x + 1$



الدرس 2-3

الدوال كثيرة الحدود
Polynomial Functions

نواتج التعلم

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

إيجاد قيمة الدوال كثيرة الحدود

تحديد الأشكال العامة للتمثيلات البيانية للدوال كثيرة الحدود

الدوال كثيرة الحدود

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$a_n \neq 0, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ أعداد حقيقية n عدد صحيح غير سالب

المعامل الرئيسي	الدرجة	تعبير كثيرة الحدود
12	0	ثابتة 12
4	1	خطية $4x - 9$
5	2	تربيعية $5x^2 - 6x - 9$
8	3	تكعيبية $8x^3 + 12x^2 - 3x + 1$
a_n	n	عامة $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

مثال اذكر الدرجة والمعامل الرئيسي لكل كثيرة حدود ذات متغير واحد. وإذا لم تكن كثيرة حدود ذات متغير واحد، فاشرح السبب.

1) $8x^5 - 4x^3 + 2x^2 - x - 3$

2) $12x^2 - 3xy + 8x$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين اذكر الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود ذات متغير واحد. وإذا لم تكن كثيرة حدود ذات متغير واحد، فاشرح السبب.

1) $5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x}$

2) $5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14$

3) $8x^4 - 2x^3 - x^6 + 3$

4) $-6x^6 - 4x^5 + 13xy$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

5) $3a^7 - 4a^4 + \frac{3}{a}$

6) $8x^5 - 12x^6 + 14x^3 - 9$

7) $15x - 4x^3 + 3x^2 - 5x^4$

8) $13b^3 - 9b + 3b^5 - 18$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

9) $(5 - 2y)(4 + 3y)$

10) $6x^5 - 5x^4 + 2x^9 - 3x^2$

اوجد $f(x) = x^2 + -2x^3$

إذا كانت

مثال

1) $f(2)$

2) $f(3)$

3) $f(3c - 4)$

4) $5f(c)$

5) $f(3c - 4) - 5f(c)$

$$w(x) = -2x^3 + 3x - 12$$

إذا كانت

تمرين

1) $w(-4)$

2) $w(5)$

$$g(x) = x^2 - 5x + 8$$

إذا كانت

تمرين

1) $g(5a - 2)$

2) $3g(2a)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

3) $g(5a - 2) + 3g(2a)$

$$h(x) = 2x^2 + 5x + 3$$

إذا كانت

تمرين

1) $h(-4d + 3)$

2) $0.5h(d)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

3) $h(-4d + 3) - 0.5h(d)$

$$d(x) = 3x^2 + 6x - 10$$

إذا كانت

تمرين

1) $-4(d(3z))$

2) $2d(3a - 5)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

3) $6d(4b - 3)$

$$d(x) = -x^3 + x + 1, c(x) = 2x^2 - 4x + 3$$

تمرين إذا كانت

1) $c(3a)$

2) $5d(4a^2)$

3) $d(4y - 3)$

$c(y^2 - 1)$

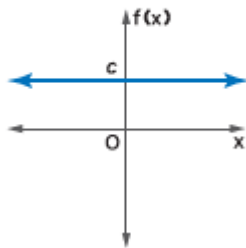
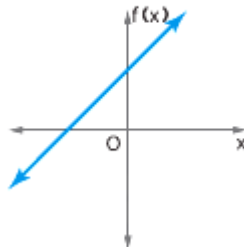
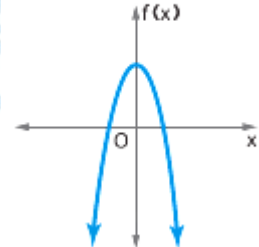
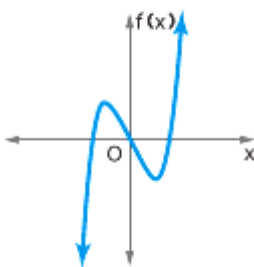
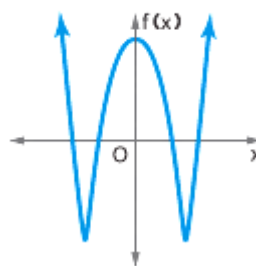
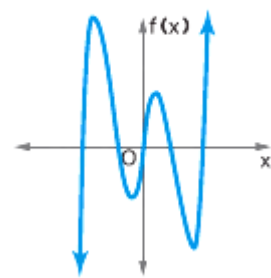
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

التمثيلات البيانية للدوال كثيرة الحدود

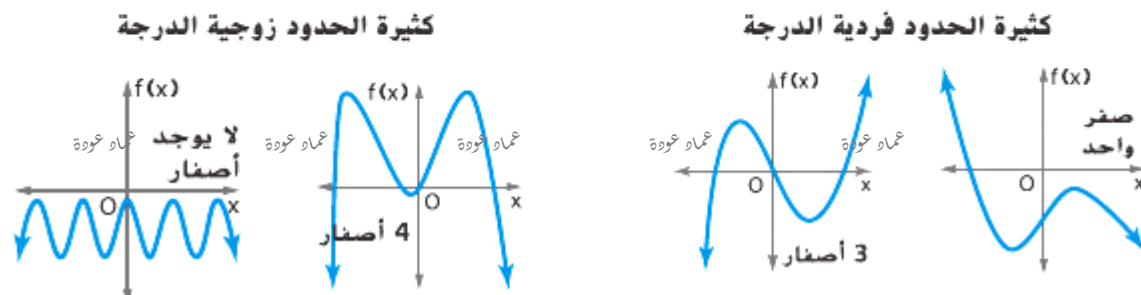
دالة ثابتة من
الدرجة 0دالة خطية من
الدرجة 1دالة تربيعية من
الدرجة الثانيةدالة تكعيبية من
الدرجة الثالثةدالة رباعية
من الدرجة 4دالة خماسية
من الدرجة 5

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/IOmaths12General>
<http://www.youtube.com/@imaths2022>

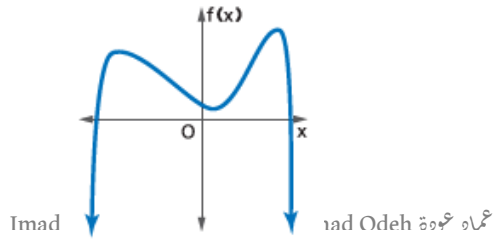
المفهوم الأساسي السلوك الطرفي للدالة كثيرة الحدود			
الدرجة: فردية المعامل الرئيسي: موجب السلوك الطرفي: $f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow +\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$ المجال: جميع الأعداد الحقيقية المدى: جميع الأعداد الحقيقية		الدرجة: زوجية المعامل الرئيسي: موجب السلوك الطرفي: $f(x) \rightarrow +\infty$ عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow +\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$ المجال: جميع الأعداد الحقيقية المدى: جميع الأعداد الحقيقية ك القيمة الصغرى	
الدرجة: فردية المعامل الرئيسي: سالب السلوك الطرفي: $f(x) \rightarrow +\infty$ عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$ المجال: جميع الأعداد الحقيقية المدى: جميع الأعداد الحقيقية		الدرجة: زوجية المعامل الرئيسي: سالب السلوك الطرفي: $f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$ المجال: جميع الأعداد الحقيقية المدى: جميع الأعداد الحقيقية $\geq$ القيمة العظمى	

المفهوم الأساسي أصفار الدوال زوجية وفردية الدرجة
الدوال فردية الدرجة سيكون لها دائمًا عدد فردي من الأصفار الحقيقية. والدوال زوجية الدرجة سيكون لها دائمًا عدد زوجي من الأصفار الحقيقية أو لن يكون لها أصفار حقيقية من الأساس.

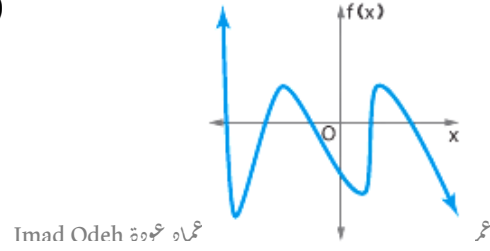


في كل تمثيل بياني،
 • صف السلوك الطرفي.
 • حدّد ما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة فردية أم زوجية الدرجة
 • اذكر عدد الأصفار الحقيقية.

1)

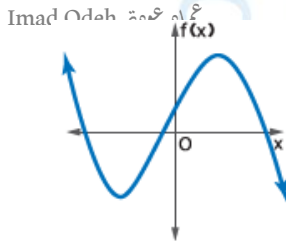


2)



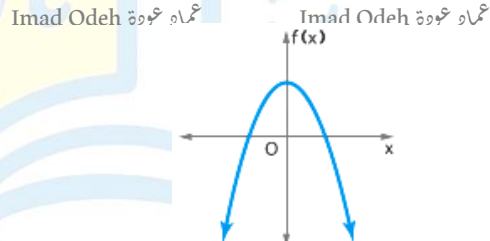
في كل تمثيل بياني،
 • صف السلوك الطرفي.
 • حدّد ما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة فردية أم زوجية الدرجة
 • اذكر عدد الأصفار الحقيقية.

1)

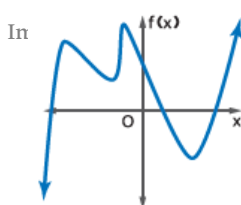


Imad Odeh عماد عودة

2)

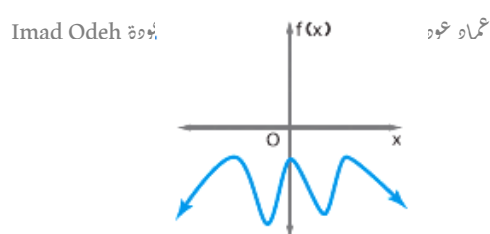


3)



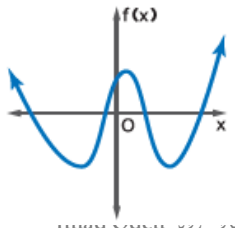
Imad Odeh عماد عودة

4)



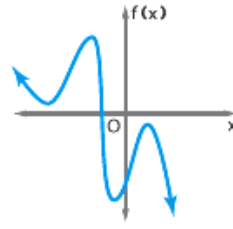
- في كل تمثيل بياني،
 • صف السلوك الطرفي.
 • حدد ما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة فردية أم زوجية الدرجة.
 • اذكر عدد الأصفار الحقيقية.

5)



Imad Odeh عماد عودة

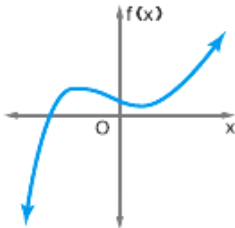
6)



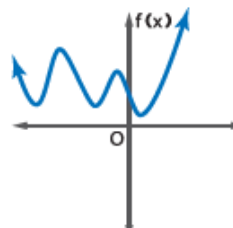
Imad C

Imad Odeh عماد عودة

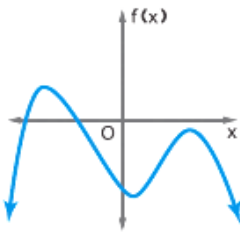
7)



8)

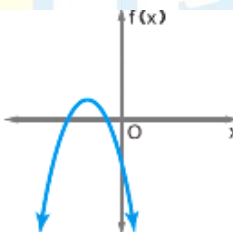


9)



Imad Odeh عماد عودة

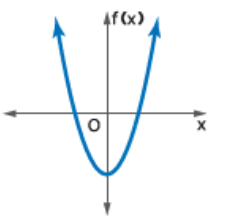
10)



Imad C

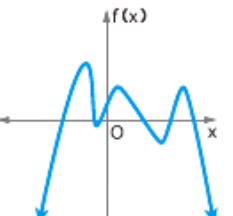
Imad Odeh عماد عودة

11)



Imad Odeh عماد عودة

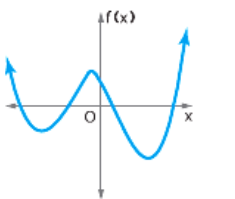
12)



Imad C

Imad Odeh عماد عودة

13)



14)



تمرين صف السلوك الطرفي للتمثيل البياني لكل دالة .

1) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x$

2) $f(x) = -2x^2 + 8x + 5$

3) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 6x$

4) $f(x) = -4x^3 - 4x^2 + 8$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

5) $f(x) = -5x^4 + 3x^2$

6) $f(x) = 2x^5 + 6x^4$

7) $f(x) = -4x^7 - 5x^7 + 3x^2$

8) $f(x) = 6x - 7x^2$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

9) $g(x) = 8x^4 + 5x^5$

10) $h(x) = 9x^6 - 5x^7 + 3x^2$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

تمرين كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة

a) $4 - 2x^2 - 3x$

b) $x^2 + x + 12^3$

c) $x^3 + x^4 - x^2$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

d) $1 + x + x^3$

تمرين كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة

a) $x^3 + x^2 - 2x^4$

b) $x^2 + x + 5^3$

c) $-2x^3 - 3x + 4$

d) $3x - 3$

تمرين ما درجة الدالة $f(x)$ والتي يمثل الجدول التالي قيمها

x	-24	-18	-12	-6	0	6	12	18	24
$f(x)$	-8	-1	3	-2	4	7	-1	-8	5

- a) 2
b) 3
c) 4
d) 5

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين جد $p(-3)$ إذا كان $p(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - 5x$

- a) 0
b) 30
c) 11
d) 36

تمرين لتكن $f(x) = 4x^2 - 3x + 7$ اوجد $f(2m^2)$

a) $8m^4 - 6m^2 + 7$

b) $16m^4 - 6m^2 + 7$

c) $4m^4 - 2m^2 + 7$

d) $16m^4 - 3m^2 + 7$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

if

تمرين إذا كان

$$f(x) = x^2 + 3x, h(x) = 2x^2 - 3x + 5$$

$$3f(a - 4) - 2h(a)$$

Find

اوجد

a) $-a^2 + 15a - 74$

b) $-a^2 - 2a - 1$

c) $a^2 + 9a - 2$

d) $-a^2 - 9a + 2$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

الدرس 2-4

تحليل التمثيلات البيانية للدوال كثيرة الحدود

Analyzing Graphs of Polynomial Functions

نواتج التعلم

تمثيل الدوال كثيرة الحدود بيانياً وتحديد أماكن أصفارها

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

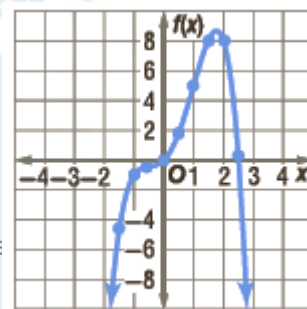
Imad Odeh عماد عودة

إيجاد القيم العظمى والصغرى للدوال كثيرة الحدود

التمثيلات البيانية للدوال كثيرة الحدود

مثال مثل الدالة بيانياً بإعداد جدول القيم

$$f(x) = -x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x$$



Imad Odeh عماد عودة

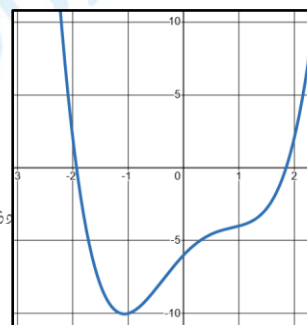
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين مثل الدالة بيانياً بإعداد جدول القيم

$$f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + 4x - 6$$



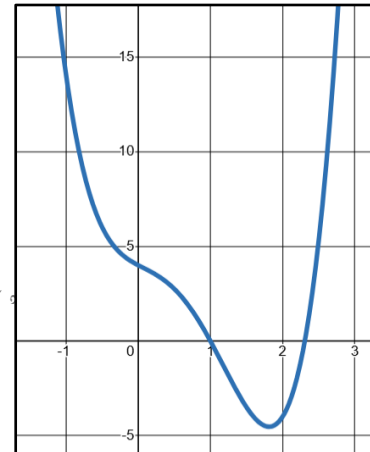
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

$$f(x) = 2x^4 - 5x^3 + x^2 - 2x + 4$$

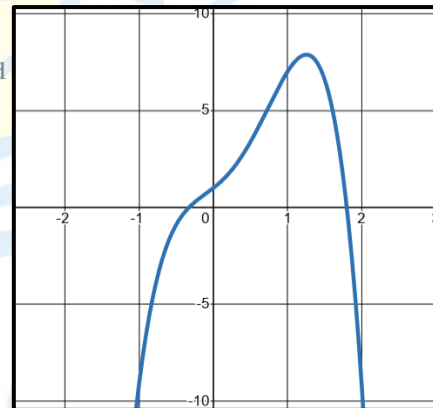


Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

$$f(x) = -4x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 3x + 1$$



Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

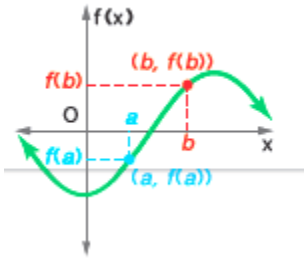
Imad

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة



بفرض أن $y = f(x)$ تمثل دالة كثيرة الحدود وأن a و b عدنان حقيقيان بحيث $f(a) < 0$ و $f(b) > 0$. إذا الدالة لها صفر حقيقي واحد على الأقل بين a و b .

مثال حدّد القيم المتعاقبة للعدد الصحيح x التي يقع فيها كل صفر حقيقي للدالة $f(x)$ ثم ارسم التمثيل البياني.

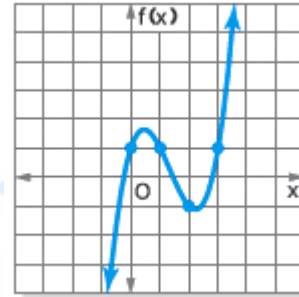
$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 1$$

x	$f(x)$
-2	-29
-1	-7
0	1
1	1
2	-1
3	1
4	13

← تغيّر في الإشارة

← تغيّر في الإشارة

← تغيّر في الإشارة



تمرين حدّد القيم المتعاقبة للعدد الصحيح x التي يقع فيها كل صفر حقيقي للدالة $f(x)$ ثم ارسم التمثيل البياني.

$$f(x) = x^4 - 3x^3 - 2x^2 + x + 1$$

تمرين حدّد القيم المتعاقبة للعدد الصحيح x التي يقع فيها كل صفر حقيقي للدالة $f(x)$ ثم ارسم التمثيل البياني.

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين حدّد القيم المتعاقبة للعدد الصحيح x التي يقع فيها كل صفر حقيقي للدالة $f(x)$ ثم ارسم التمثيل البياني.

$$f(x) = -3x^4 + 5x^3 + 4x^2 + 4x - 8$$

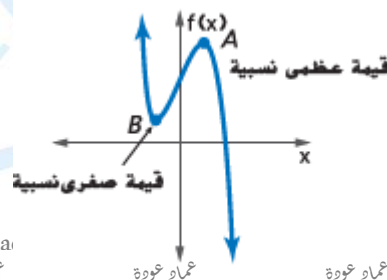
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

نقاط القيم العظمى والقيم الصغرى



Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

كثيرًا ما يشار إلى هذه النقاط بمصطلح **نقاط الدوران**. والتمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود من الدرجة n في الغالب $n - 1$ نقطة دوران واحدة.

مثال مثل الدالة بيانيا قدر احداثيات x التي تحدث عندها القيم العظمى والقيم الصغرى

$$f(x) = x^3 - 4x^2 - 2x + 3$$

x	$f(x)$
-2	-17
-1	0
0	3
1	-2
2	-9
3	-12
4	-4
5	18

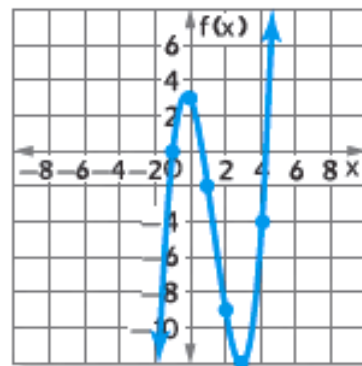
صفر

يشير إلى قيمة نسبية عظمى

يشير إلى قيمة نسبية صغرى

الصغر بين 4 و 5

Imad Odeh

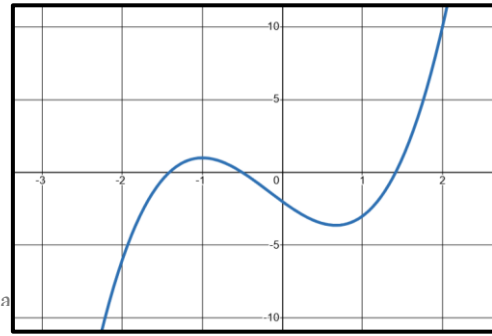


الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/IOmaths12General>
<http://www.youtube.com/@imaths2022>

تمرين مثل الدالة بياناً قدر أحداثيات x التي تحدث عندها القيم العظمى والقيم الصغرى

$$f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x - 2$$



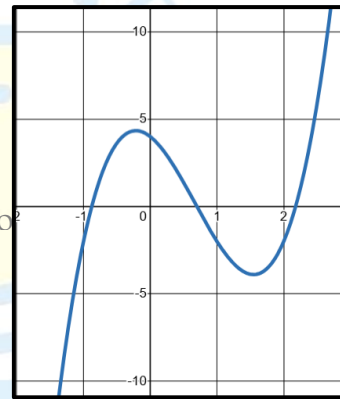
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh

تمرين مثل الدالة بياناً قدر أحداثيات x التي تحدث عندها القيم العظمى والقيم الصغرى

$$f(x) = 3x^3 - 6x^2 - 3x + 4$$



Imad Odeh عماد عودة

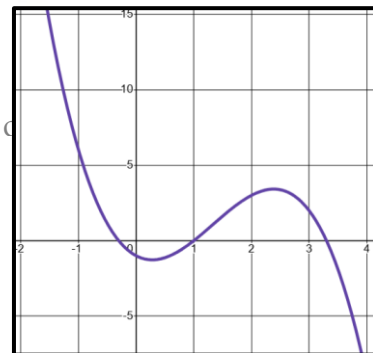
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh

Imad Odeh

تمرين مثل الدالة بياناً قدر أحداثيات x التي تحدث عندها القيم العظمى والقيم الصغرى

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 2x - 1$$

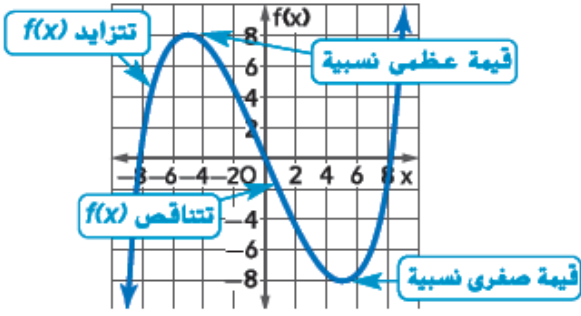


Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh

Imad Odeh



Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

قد يوضح التمثيل البياني لدالة كثيرة حدود الاتجاهات في بيانات من الحياة اليومية. ومن المفيد دائمًا ملاحظة متى يزيد التمثيل البياني ومتى يتناقص.

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

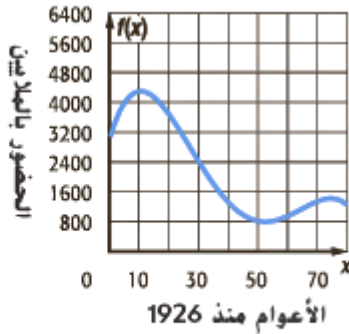
مثال السينما يمكن تمثيل عدد مرات الحضور السنوي في قاعة السينما في الولايات المتحدة الأمريكية من خلال الدالة

$$f(x) = -0.0017x^4 + 0.31x^3 - 17.66x^2 + 277x + 3005$$

وفيها x هو عدد السنوات منذ عام 1926. و $f(x)$ تمثل عدد مرات الحضور السنوي بالملايين

(a) مثل الدالة بيانيًا.

x	$f(x)$
0	3005
10	4302
20	3689
30	2414
40	1317
50	830
60	977
70	1374
80	1229



(b) صف نقاط دوران التمثيل البياني وسلوكه الطرفي.

عما

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

(c) ما الاتجاهات التي يوضحها التمثيل البياني لحضور السينما؟

(d) هل من المنطقي أن يستمر الاتجاه إلى لا نهاية؟

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

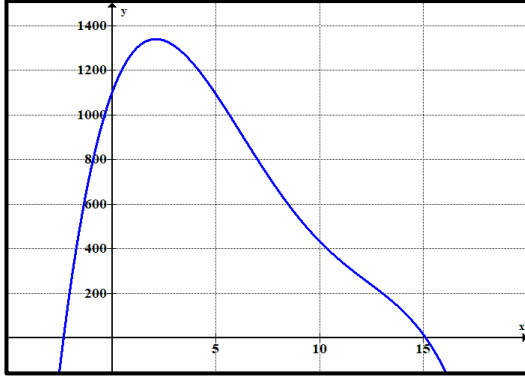
Imad Odeh عماد عودة

آلات الفاكس تمثل المبيعات السنوية لآلات الفاكس المخصصة للاستعمال المنزلي بالدالة

$$f(x) = -0.17x^4 + 6.29x^3 - 77.65x^2 + 251x + 1100$$

وفيها x هو عدد السنوات بعد عام 1990
 $f(x)$ هي المبيعات السنوية مقدرةً بملايين الدراهم.
 مثل الدالة بيانيًا.

(a)



(b) صف نقاط دوران التمثيل البياني وسلوكه الطرفي.

(c) ما الاتجاهات التي يوضحها التمثيل البياني لمبيعات آلات الفاكس؟

(d) هل من المنطقي أن يستمر الاتجاه إلى لا نهاية؟

Imad Odeh عمادة عودة

Imad Odeh عمادة عودة

Imad Odeh عمادة عودة

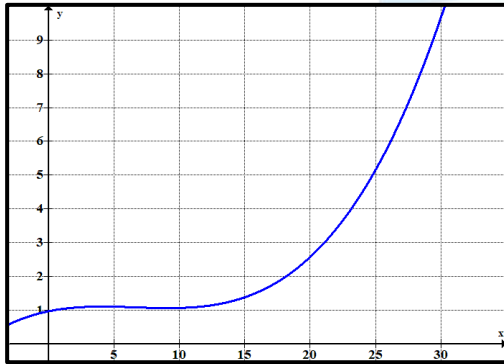
Imad Odeh عمادة عودة

تمرين

$$f(x) = 0.0007x^3 - 0.014x^2 + 0.08x + 0.96$$

المعرفة المالية يمكن تمثيل السعر السنوي المتوسط للبنزين عبر الدالة التكعيبية

حيث x هو عدد السنوات بعد عام 1987 و $f(x)$ هو السعر بالدرهم الإماراتي.

(a) مثل الدالة بيانيًا عند $0 \leq x \leq 30$ 

Imad Odeh عمادة عودة

Imad Odeh عمادة عودة

Imad Odeh عمادة عودة

Imad Odeh عمادة عودة

(b) صف نقاط دوران التمثيل البياني وسلوكه الطرفي.

(c) ما الاتجاهات التي يوضحها التمثيل البياني لأسعار البنزين

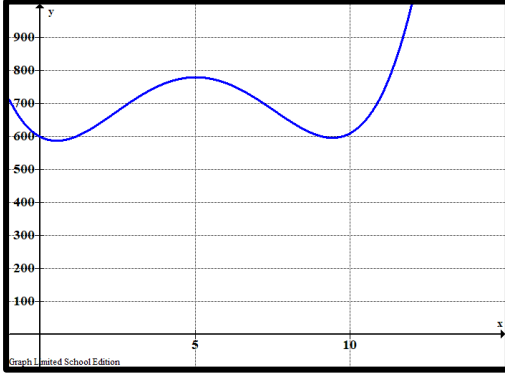
(d) هل من المنطقي أن يستمر الاتجاه إلى لا نهاية؟

الاستنتاج المنطقي يمكن تمثيل المبيعات السنوية للأقراص المدمجة بواسطة الدالة من الدرجة الرابعة

$$f(x) = 0.48x^4 - 9.6x^3 + 53x^2 - 49x + 599$$

وفيها يمثل x عدد السنوات بعد عام 1995، وتمثل الدالة $f(x)$ المبيعات السنوية بالملايين.

(a) مثل الدالة بيانياً عند $0 \leq x \leq 10$

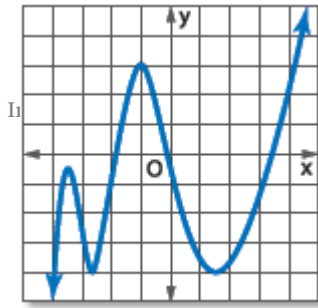


(b) صف نقاط دوران التمثيل البياني وسلوكه الطرفي. والفترات التي يتزايد أو يتناقص عندها.

(c) استمر في التمثيل البياني ل $x = 11$ و $x = 12$ ما الاتجاهات التي يوضحها التمثيل البياني لمبيعات الأقراص المدمجة

(d) هل من المنطقي أن يستمر الاتجاه إلى لا نهاية؟

(a) قدر أحداثيات x لكل نقطة دوران وحدد ما إذا كانت تلك الأحداثيات تمثل قيماً عظمية أم صغرى نسبية

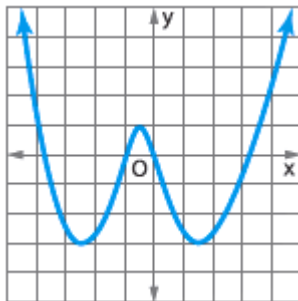


(b) قدر الأحداثيات x لكل صفر

(c) حدد أصغر درجة ممكنة للدالة.

(d) حدد مجال الدالة ومداها.

(a) قدر أحداثيات x لكل نقطة دوران وحدد ما إذا كانت تلك الأحداثيات تمثل قيماً عظمية أم صغرى نسبية

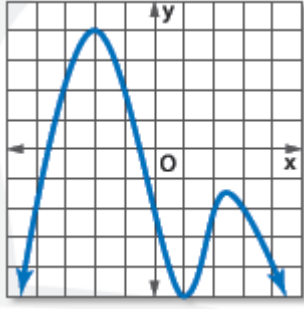


(b) قدر الأحداثيات x لكل صفر

(c) حدد أصغر درجة ممكنة للدالة.

(d) حدد مجال الدالة ومداها.

تمرين



Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

(a) قدر أحداثيات x لكل نقطة دوران وحدد ما إذا كانت تلك الأحداثيات تمثل قيمًا عظمى أم صغرى نسبية

(b) قدر الأحداثيات x لكل صفر

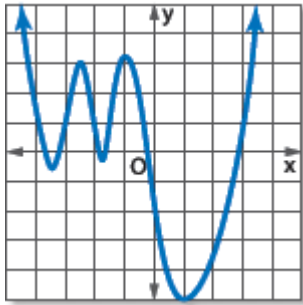
(c) حدد أصغر درجة ممكنة للدالة.

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

(d) حدد مجال الدالة ومداها.

تمرين



Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

(a) قدر أحداثيات x لكل نقطة دوران وحدد ما إذا كانت تلك الأحداثيات تمثل قيمًا عظمى أم صغرى نسبية

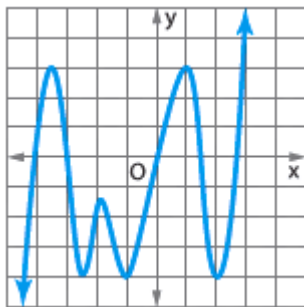
(b) قدر الأحداثيات x لكل صفر

(c) حدد أصغر درجة ممكنة للدالة.

Imad Odeh عماد عودة

(d) حدد مجال الدالة ومداها.

تمرين



Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

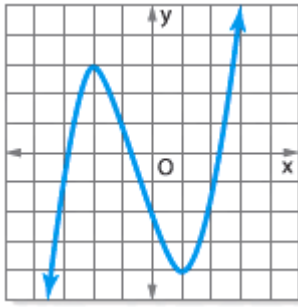
Imad Odeh عماد عودة

(a) قدر أحداثيات x لكل نقطة دوران وحدد ما إذا كانت تلك الأحداثيات تمثل قيمًا عظمى أم صغرى نسبية

(b) قدر الأحداثيات x لكل صفر

(c) حدد أصغر درجة ممكنة للدالة.

(d) حدد مجال الدالة ومداها.



Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

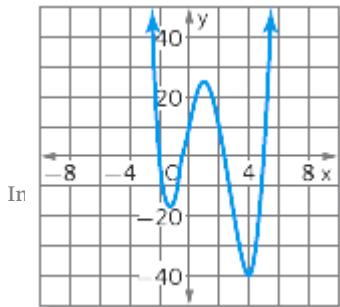
Imad Odeh عماد عودة

(a) قدر أحداثيات x لكل نقطة دوران وحدد ما إذا كانت تلك الأحداثيات تمثل قيمًا عظمى أم صغرى نسبية

(b) قدر الأحداثيات x لكل صفر

(c) حدد أصغر درجة ممكنة للدالة.

(d) حدد مجال الدالة ومداها.



In

Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

(b) قدر الأحداثيات x لكل صفر

(c) حدد أصغر درجة ممكنة للدالة.

(d) حدد مجال الدالة ومداها.

(a) قدر أحداثيات x لكل نقطة دوران وحدد ما إذا كانت تلك الأحداثيات تمثل قيمًا عظمى أم صغرى نسبية

Imad Odeh عماد عودة

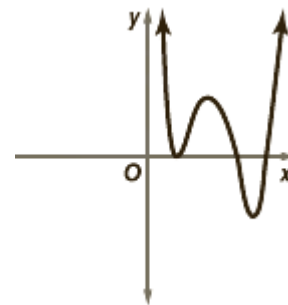
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

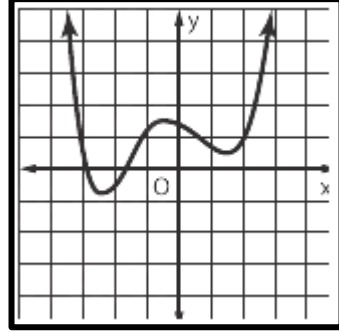
كم عدد الأصفار الحقيقية الفريدة بالتمثيل البياني؟

- a) 0
- b) 3
- c) 2
- d) 5



تمرين كم عدد الأصفار الحقيقية الفريدة بالتمثيل البياني؟

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5



Imad Odeh عماد عودة

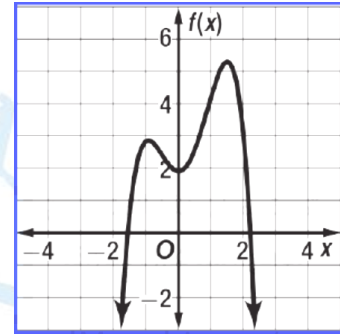
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين قدر الاحداثي x الذي توجد عنده قيمة صغرى نسبية

- a) -1.5
- b) 2.2
- c) 1.5
- d) 0



Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

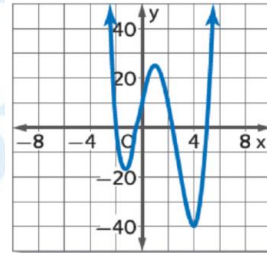
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

State the number of real zeros of the function with graph shown

تمرين اذكر عدد الاصفار الحقيقية لدالة التمثيل البياني الموضح

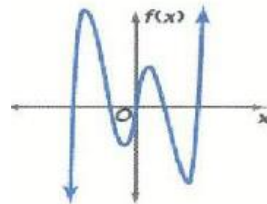
- a) 1
- b) 4
- c) 3
- d) 2



State the number of real zeros of the function with graph shown

تمرين اذكر عدد الاصفار الحقيقية لدالة التمثيل البياني الموضح

- a) 5
- b) 4
- c) 3
- d) 2



الأستاذ عماد عودة 0507614804

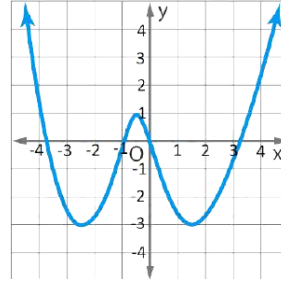
<https://t.me/IOmaths12General><http://www.youtube.com/@imaths2022>

Estimate the x-coordinate at which a relative maximum occurs

قدر الاحداثي الذي توجد عنده قيمة عظمى نسبية

تمرين

- a) 1
- b) 1.5
- c) $-\frac{1}{2}$
- d) -2.5



Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

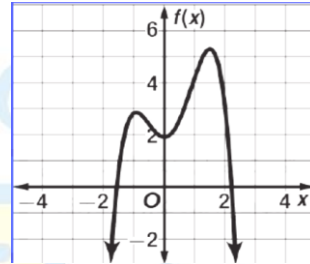
Imad Odeh عماد عودة

Estimate the x-coordinate at which a relative maximum occurs

قدر الاحداثي الذي توجد عنده قيمة عظمى نسبية

تمرين

- a) 2.2
- b) 1.5
- c) 0
- d) -1.5



Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

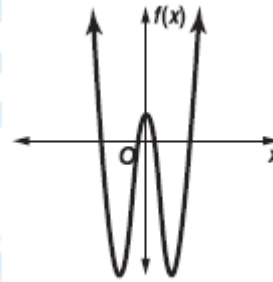
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

أي مما يلي يمكن ان يكون درجة كثيرة الحدود الذي تمثيلها البياني كما يظهر في الشكل

تمرين

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6



Determine consecutive integer values if x between which real zero is located of

حدد القيم المتعاقبة للعدد الصحيح x التي يقع بينها صفر حقيقي لـ

تمرين

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$$

- a) Between $x = -1, x = 0$ بين
- b) Between $x = 1, x = 2$ بين
- c) Between $x = -2, x = -1$ بين
- d) Between $x = -3, x = -2$ بين

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/IOmaths12General>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

الدرس 2-5

حل المعادلات كثيرة الحدود

Solving Polynomial Equations

نواتج التعلم

تحليل كثيرات الحدود إلى العوامل
حل معادلات كثيرات الحدود باستخدام التحليل إلى العوامل

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تحليل كثيرات الحدود إلى العوامل

المفهوم الأساسي مجموع المكعبات وفرقها	
الحالة العامة	تقنية التحليل إلى العوامل
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$	مجموع مكعبين
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	فرق مكعبين

مثال حل كل كثيرة حدود مما يلي إلى العوامل وإذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل إلى العوامل، اكتب أولية.

1) $16x^4 + 54xy^3$

2) $9y^3 + 5x^3$

تمرين حل كل كثيرة حدود مما يلي إلى العوامل وإذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل إلى العوامل، اكتب أولية.

1) $5y^4 - 32yz^3$

2) $-54w^4 - 25wz^3$

3) $2x^3 + y^3$

4) $16g^3 + 2h^3$

5) $12qw^3 - 12q^4$

6) $8c^3 - 125d^3$

7) $8c^3 - 27d^3$

8) $46x^4 + xy^3$

ملخص المفهوم تقنيات التحليل إلى العوامل		
عدد الحدود	تقنية التحليل إلى العوامل	الحالة العامة
أي عدد	العامل المشترك الأكبر	$4a^3b^2 - 8ab = 4ab(a^2b - 2)$
اثنان	فرق مربعين	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
	مجموع مكعبين	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
	فرق مكعبين	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
ثلاثة	ثلاثيات الحدود الكاملة من الدرجة الثانية	$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
	الصيغة العامة لثلاثيات الحدود	$acx^2 + (ad + bc)x + bd$ $= (ax + b)(cx + d)$
أربعة أو أكثر	التجميع	$ax + bx + ay + by$ $= x(a + b) + y(a + b)$ $= (a + b)(x + y)$

مثال حل كل كثيرة حدود مما يلي إلى العوامل وإذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل إلى العوامل، اكتب أولية.

1) $8ax + 4bx + 4cx + 6ay + 3by + 3cy$

Imad Odeh عماد عودة

2) $20fy - 16fz + 15gy - 8hz - 12gz$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين حل كل كثيرة حدود مما يلي إلى العوامل وإذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل إلى العوامل، اكتب أولية.

1) $30ax - 24bx + 6cx - 5ay^2 + 4by^2 - cy^2$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

2) $13ax + 18bz - 15by - 14az - 32bx + 9ay$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

3) $3ax - 2ay - az + 3bx + 2by - bz$

4) $2kx + 4mx - 2nx - 3kx - 6my + 3ny$

مثال حل كل كثيرة حدود مما يلي إلى العوامل وإذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل إلى العوامل، اكتب أولية.

1) $x^6 - y^6$

2) $a^3x^2 - 6a^3x + 9a^3 - b^3x^2 + 6b^3x - 9b^3$

تمرين حل كل كثيرة حدود مما يلي إلى العوامل وإذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل إلى العوامل، اكتب أولية.

1) $a^6 + b^6$

Imad Odeh عماد عودة

2) $a^6x^2 + b^6x^2$

Imad Odeh عماد عودة

3) $a^8 - a^2b^6$

4) $18x^6 + 5y^6$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

5) $x^6y^3 + y^9$

6) $x^4 + 625$

7) $a^6x^2 + b^6x^2$

8) $x^5 - 16x$

9) $8x^5y^2 - 27x^2y^5$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين حل كل كثيرة حدود مما يلي إلى العوامل وإذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل إلى العوامل، اكتب أولية.

10) $x^5 + 4x^4 + 4x^3 + x^2y^3 + 4xy^3 + 4y^3$

11) $x^3y^2 - 8x^3y + 16x^3 + y^5 - 8y^4 + 16y^3$

12) $a^3x^2 - 16a^3x + 64a^3 - b^3x^2 + 16b^3x - 64b^3$

13) $8x^5 - 25y^3 + 80x^4 - x^2y^3 + 200x^3 - 10x^3$

14) $6x^5 - 11x^4 - 10x^3 - 54x^3 + 99x^2 + 90x$

15) $20x^6 - 7x^5 - 6x^4 - 500x^4 175x^3 + 150x^2$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

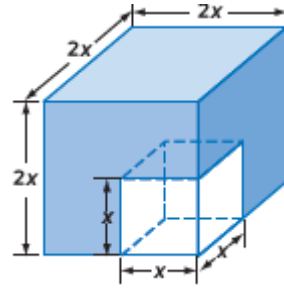
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

حل المعادلات كثيرة الحدود

الهندسة إذا كان طول ضلع المكعب الأصغر يساوي نصف طول ضلع المكعب الأكبر وكانت مساحة الشكل $7000cm^3$ فكم ينبغي ان تساوي ابعاد المكعبين

مثال



Imad Odeh عماد عودة

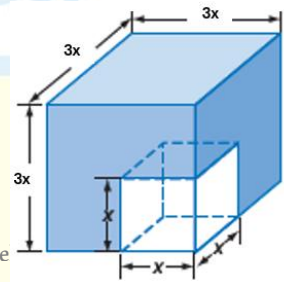
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh

عماد عودة

الهندسة إذا كان طول ضلع المكعب الأصغر يساوي ثلث طول ضلع المكعب الأكبر وكانت مساحة الشكل $3250cm^3$ فكم ينبغي ان تساوي ابعاد المكعبين

تمرين



Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh

عماد عودة

تمرين ممر اتساعه x متر حول بركة مستطيلة الشكل ويبلغ عرض البركة $30m$ بينما يبلغ طولها $40m$ وتساوي مساحة الممر والبركة مجتمعين $2000m^2$ فما عرض الممر؟



Imad Odeh عماد عودة

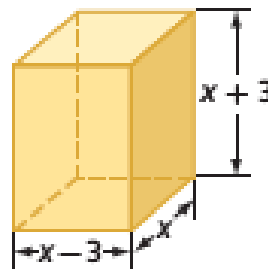
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

الهندسة يبلغ حجم الشكل الموجود على اليسار يساوي $440cm^3$ جد قيمة x جد الطول جد العرض والارتفاع

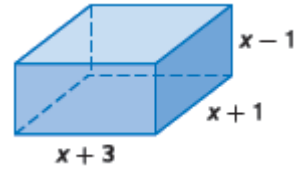
تمرين



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/IOmaths12General>
<http://www.youtube.com/@imaths2022>

تمرين الهندسة يبلغ حجم الشكل الموجود على اليسار يساوي 315cm^3 جد قيمة x جد الطول جد العرض والارتفاع



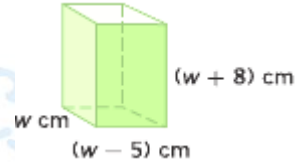
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين الهندسة يبلغ حجم الشكل الموجود على اليسار يساوي 612cm^3 جد قيمة x جد الطول جد العرض والارتفاع



Imad Odeh عماد عودة

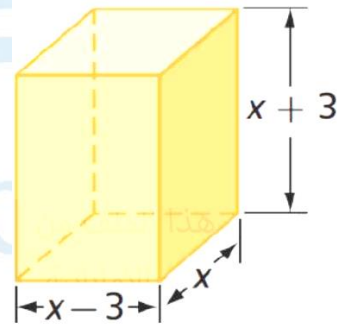
Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين يبلغ حجم الشكل ادناه 440cm^3 اوجد ارتفاعه

- a) 8cm
- b) 5cm
- c) 9cm
- d) 11cm



Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين منشور مستطيل الشكل أبعاده $(x-6)$, $(x-4)$, $(x-2)$. وحجمه يساوي 40 وحدة مكعبة

- (a) اكتب معادلة كثيرة الحدود باستخدام الصيغة الخاصة بالحجم.
- (b) استخدم طريقة التحليل إلى العوامل ل x
- (c) هل هناك أي قيم غير منطقية ل x ؟ اشرح.
- (d) ما أبعاد المنشور

تمرين علم الأحياء خلال إحدى التجارب، يمكن تمثيل عدد خلايا فيروس من خلال العلاقة

$$P(t) = -0.012t^3 - 0.24t^2 + 6.3t + 8000$$

- حيث t هو الزمن بالساعات و P هو عدد الخلايا. ويريد جمال أن يحدد الأوقات التي يصل فيها عدد الخلايا إلى 8000
- (a) جد حل عن طريق التحليل إلى العوامل
- (b) ما الطريقة التي استخدمتها للتحليل؟
- (c) ما قيم t المنطقية وما قيمها غير المنطقية؟ اشرح.
- (d) ما أبعاد المنشور

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين حل المعادلة

16) $x^3 - 64 = 0$

Imad Odeh عماد عودة

17) $x^3 + 27 = 0$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

18) $x^3 + 216 = 0$

Imad Odeh عماد عودة

19) $64x^3 + 1 = 0$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

المفهوم الأساسي الصيغة التربيعية

الشرح يمكن كتابة التعبير بالصيغة التربيعية من الصورة $au^2 + bu + c$ لأي أعداد a و b و c ، عند $a \neq 0$ حيث u هو تعبير ما في X . ويسمى التعبير $au^2 + bu + c$ بالصيغة التربيعية للتعبير الأصلي.

مثال $12x^6 + 8x^3 + 1 = 3(2x^3)^2 + 2(4x^3)^2 + 1$

مثال اكتب كل تعبير مما يلي بالصيغة التربيعية إذا أمكن.

1) $150n^8 + 40n^4 - 15$

2) $y^8 + 12y^3 + 8$

تمرين اكتب كل تعبير مما يلي بالصيغة التربيعية إذا أمكن.

1) $x^4 + 5x + 6$

2) $8x^4 + 12x^2 + 18$

3) $x^6 - 2x^3 + 8$

4) $25x^6 - 5x^2 + 20$

5) $-15x^4 + 18x^2 - 4$

6) $9x^8 - 21x^4 + 12$

7) $16x^{10} + 2x^5 + 6$

مثال حل المعادلة

$18x^4 - 21x^2 + 3 = 0$

1) $4x^4 - 8x^2 + 3 = 0$

2) $8x^4 + 10x^2 - 12 = 0$

3) $x^4 - 19x^2 + 48 = 0$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

4) $x^4 - 33x^2 + 200 = 0$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

5) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

6) $y^4 - 18x^2 + 72 = 0$

7) $x^4 + x^2 - 90 = 0$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

8) $x^4 - 7x^2 - 44 = 0$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

9) $4x^4 - 14x^2 + 12 = 0$

10) $9x^4 - 27x^2 + 20 = 0$

11) $4x^4 - 5x^2 - 6 = 0$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

12) $24x^4 + 14x^2 - 3 = 0$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

13) $x^6 - 26x^2 - 27 = 0$

14) $x^6 - 9x^4 - x^2 + 9 = 0$

Factor the polynomial

تمرين حل

$$10x^2 - 20x$$

- a) $10x^2(x - 2)$
 b) $10x(x - 2)$
 c) $20x(x - 1)$
 d) $x^2(10x - 2)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين حل

$$x^4 - 16$$

- a) $(x^2 - 4)^2$
 b) $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$
 c) $(x^2 - 4)(x + 2)^2$
 d) $(x - 2)^4$

تمرين حل

$$8x^3 - 27$$

- a) $(2x - 3)(4x^2 + 6x - 9)$
 b) $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$
 c) $(2x + 3)(4x^2 + 6x + 9)$
 d) $(2x - 3)(4x^2 - 6x + 9)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين حل

$$27x^3 + y^3$$

- a) $(3x + y)(3x + y)(3x + y)$
 b) $(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2)$
 c) $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$
 d) $(3x - y)(9x^2 + 9xy + y^2)$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

اكتب التعبير بالصيغة التربيعية إن أمكن

تمرين

$$4x^6 - 3x^3 - 7$$

- a) $4(x^3)^3 - 3(x^3) - 7$
 b) $4(x^2)^3 - 3(x^3) - 7$
 c) $4(x^3)^2 - 3(x^3) - 7$
 d) غير ممكن

$$x^4 - 13x^2 = -36$$

- a) $x = \pm 2, \pm 3$
 b) $x = \pm 6$
 c) $x = \pm 6, \pm 4$
 d) $x = \pm 9, \pm 4$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

تمرين حل

$$x^3 + 2x^2 + 9x + 18 = 0$$

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة

Imad Odeh عماد عودة



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/IOmaths12General>
<http://www.youtube.com/@imaths2022>