اختبر نفسك (8)
Check yourself (8)

Mathematics الرياضيات

الصف الثاني عشر متقدم

الفصل الثالث

2025-2026

Lesson 6-2

(VOLUME: SLICING, DISKS AND WASHERS)

according to the previous exam

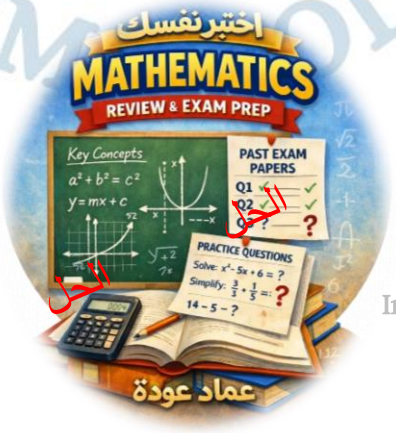
مراجعة الدرس الثاني

(الحجوم الشرائح، الأقراص والحلقات)

من الوحدة السادسة اعتمادا على

الاختبارات السابقة

الأستاذ عماد عودة



اسم الطالب: -

Imad Odeh
الحل
12 ADV
IO MATHS ACADEMY MR.IMAD ODEH

الجزء الالكتروني MCQ's

Q1 Find the volume of the solid with cross sectional area اوجد حجم المجسم الذي مقطعه العرضي

$$A(x) = \pi(3+x)^2\ , 0 \le x \le 2$$

a) $V = \frac{125\pi}{3}$

b) $V = \frac{98\pi}{3}$

c) $V = 98\pi$

d) $V = 125\pi$

Q2 Find the volume of the solid with cross sectional area اوجد حجم المجسم الذي مقطعه العرضي

$$A(x) = 2(x+1)^2 \ \ 1 \le x \le 4$$

a) $V = \frac{21}{2}$

b) $V = 21$

c) $V = 39$

d) $V = 78$

Find the volume of the solid with cross sectional area اوجد حجم المجسم الذي مقطعه العرضي

$$A(x) = x + 2, -1 \le x \le 3$$

a) $V = 12\pi$

b) $V = 12$

c) $V = 6$

d) $V = 4$

Q4 Find the volume of the solid with cross sectional area اوجد حجم المجسم الذي مقطعه العرضي

$$A(x) = x + 4, -1 \leq x \leq 3$$

a) $V = 10\pi$

b) $V = 10$

c) $V = 20\pi$

d) $V = 20$

Q5 The base of a solid V is the region bounded by the functions. إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$y = \sqrt{x} \ , y = 0 \ and \ x = 2$$

Find the volume if cross sections of the solid perpendicular to the $x - axis$ are equilateral triangle اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي مثلثات متساوية الاضلاع عمودية على محمور x

a) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Q6 The base of a solid is the region in the first quadrant bounded by إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$2x + 3y = 6 \ , x = 0 \ , y = 0$$

If the cross sections of the solid perpendicular to the x-axis are semicircles, what is the volume of the solid? اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي انصاف دوائر عمودية على محمور x

a) $\frac{\pi}{2}$

b) $\frac{3\pi}{4}$

c) π

d) $\frac{3\pi}{2}$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh
IQ MATHS ACADEMY MR. IMAD ODEH 12 ADV

Q7 The base of a solid is the region in the first quadrant bounded by

إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$y = \sqrt{x}, y = 0 \text{ and } x = 4$$

If the cross sections of the solid perpendicular to the x-axis are squares, what is the volume of the solid?

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي مربعات عمودية على محمور x

a) $\int_0^4 x \ dx$

b) $\int_0^2 x \ dx$

c) $\int_0^2 [4 - \sqrt{x}]^2 dy$

d) $\int_0^2 [(4 - \sqrt{x})]^2 dy$

Q8

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

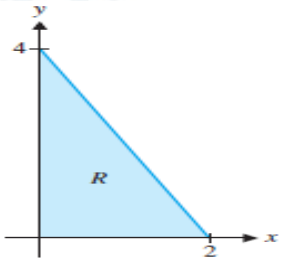
$$y = 4 - 2x, x = 0 \text{ and } y = 0 \text{ about } y - axis$$

a) $\frac{16}{3}$

b) 4π

c) $\frac{16\pi}{3}$

d) 4



Q9

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 2 - x\,, \quad and \;\; y = 0 \; and \; x = 0 \;\; , about \quad x - axis$$

a) $\frac{28\pi}{3}$

b) $\frac{8\pi}{3}$

c) $\frac{16\pi}{3}$

d) $\frac{8}{3}$

Q10

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x}\,, \quad y = 2 \; and \;\; x = 0 \;\; , about \quad y - axis$$

a) $v = \frac{32\pi}{5}$

b) $v = \frac{16\pi}{3}$

c) $v = \frac{10\pi}{3}$

d) $v = \frac{8\pi}{3}$

Q11

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

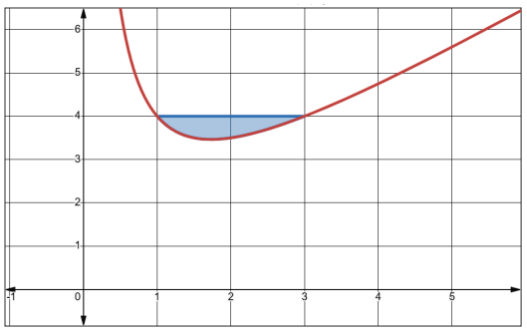
$$y = x + \frac{3}{x}\,, \quad y = 4 \; about \quad x - axis$$

a) $v = \frac{16\pi}{3}$

b) $v = 4\pi$

c) $v = 6\pi$

d) $v = \frac{15\pi}{2}$



Q12

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = sec\ x\ ,\quad x = \frac{\pi}{3}, x = 0\ and\ y = 0\ \ about\quad x - axis$$

a) $v = \frac{\pi}{3}$

b) $v = \frac{\pi}{2}$

c) $v = \sqrt{3}\pi$

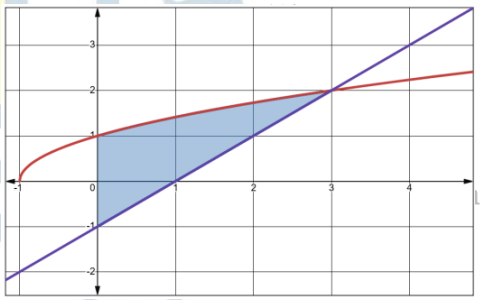
d) $v = 3\pi$

Q13

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x+1}\ ,\quad y = x - 1\ \ and\ x = 0\ \ about\quad y = 2$$



a) $v = \frac{13\pi}{2}$

b) $v = \frac{20\pi}{3}$

c) $v = \frac{49\pi}{6}$

d) $v = 9\pi$

Q14

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x}\ ,\quad y = 2\ and\ \ x = 0\ \ ,about\quad x = 4$$

a) $v = \pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 - 4^2\ dy$

b) $v = \pi \int_0^2 (y^2 - 4)^2\ dy$

c) $v = \pi \int_0^2 (4 - y^2)^2\ dy$

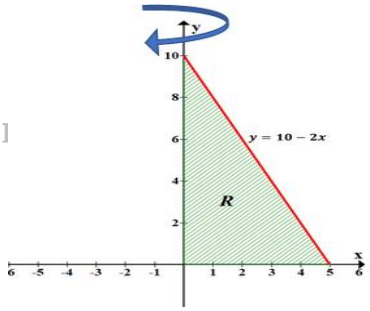
d) $v = \pi \int_0^2 4^2 - (4 - y^2)^2\ dy$

Q15

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 10 - 2x\,, \quad about \quad y - axis$$



a) $50\,\pi$

b) $\frac{500}{3}\,\pi$

c) $\frac{250}{3}\,\pi$

d) $25\,\pi$

Q16

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = \sqrt{x+1}\,, \quad about \quad x - axis\,, x \in [0,3]$$

a) $5\,\pi$

b) $2.5\,\pi$

c) $7.5\,\pi$

d) $4.5\,\pi$

Q17

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$\boldsymbol{y = \sqrt{16 - x^2} \;\; and \; y = 0 \;\; about \;\; y = 0}$$

a) $16\,\pi$

b) $\frac{128}{3}\,\pi$

c) $\frac{256}{3}\,\pi$

d) $256\,\pi$

Q18

Let R be the region enclosed by the graph of $y = \frac{4}{x}$ and the line $y = 5 - x$. The volume of the solid obtained by revolving R about the y-axis is given by

ليكن R المنطقة المحصورة بين منحنى $y = \frac{4}{x}$ والمستقيم $y = 5 - x$. حجم الجسم الصلب الناتج عن دوران R حول المحور y يُعطى بالعلاقة

a) $v = \pi \int_1^4 \left(5 - y - \frac{4}{y}\right)^2 dy$

b) $v = \pi \int_1^4 \left[\left(\frac{4}{y}\right)^2 - (5-y)^2\right] dy$

c) $v = \pi \int_1^4 \left[(5-y)^2 - \left(\frac{4}{y}\right)^2\right] dy$

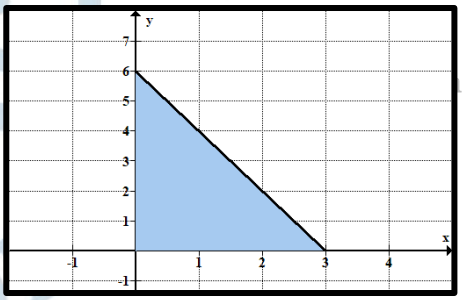
d) $v = 2\pi \int_1^4 \left(5 - y - \frac{4}{y}\right)^2 dy$

Q19

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$y = 6 - 2x, x = 0 \text{ and } y = 0 \text{ about } y - axis$



a) $V = \int_0^3 \left(\frac{6-y}{2}\right)^2 dy$

b) $V = \int_0^3 \pi \left(\frac{6-y}{2}\right)^2 dy$

c) $V = \int_0^6 \pi \left(\frac{6-y}{2}\right)^2 dy$

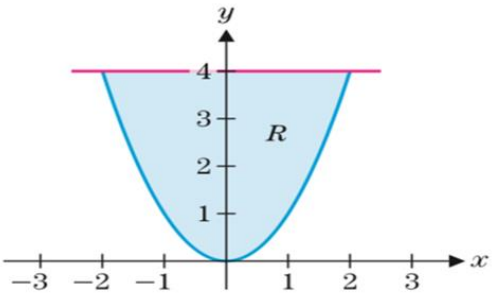
d) $V = \int_0^6 \left(\frac{6-y}{2}\right)^2 dy$

Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh
Imad Odeh

Q20 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2, \quad y = 4 \text{ , about } \quad y = 4$$



a) $v = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 \, dy$

b) $v = \pi \int_{-2}^{2} (4 - x^2)^2 \, dx$

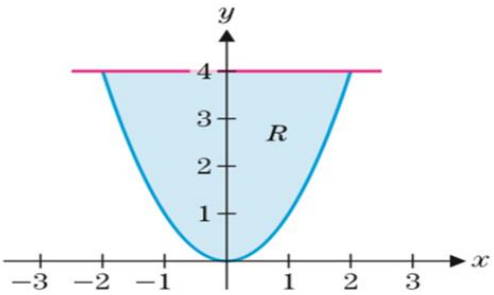
c) $v = \pi \int_0^4 [(2 + \sqrt{y})^2 - (2 - \sqrt{y})^2] \, dy$

d) $v = \pi \int_0^4 [(4 + \sqrt{y})^2 - (4 - \sqrt{y})^2] \, dy$

Q20 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2, \quad y = 4 \text{ , about } \quad x = 2$$



a) $v = \pi \int_0^2 (4 - x^2)^2 \, dx$

b) $v = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 \, dy$

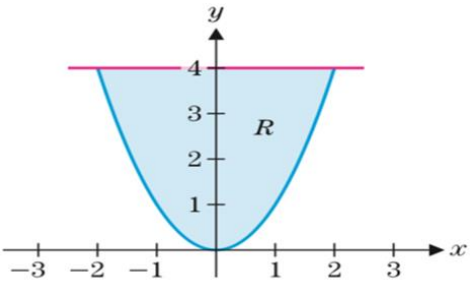
c) $v = \pi \int_0^4 [(2 + \sqrt{y})^2 - (2 - \sqrt{y})^2] \, dy$

d) $v = \pi \int_0^4 [(4 + \sqrt{y})^2 - (4 - \sqrt{y})^2] \, dy$

Q21 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2, \quad y = 4 \text{ , about } \quad y = 6$$



a) $v = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 \, dy$

b) $v = \pi \int_{-2}^{2} [(6 - x^2)^2 - 2^2] \, dx$

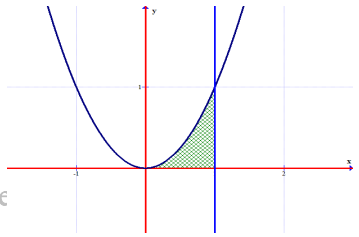
c) $v = \pi \int_0^4 [(6 + \sqrt{y})^2 - (6 - \sqrt{y})^2] \, dy$

d) $v = \pi \int_0^4 [(4 + \sqrt{y})^2 - (4 - \sqrt{y})^2] \, dy$

Q22 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2\,, \quad and \;\; y = 0 \; and \; x = 1 \;\; , about \quad x - axis$$



a) $\frac{\pi}{6}$

b) $\frac{\pi}{5}$

c) $\frac{\pi}{2}$

d) $\frac{32\pi}{5}$

Q24 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

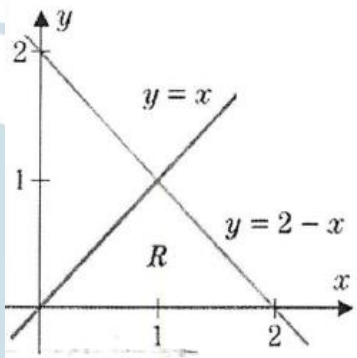
$$\boldsymbol{y = 2 - x\,, \quad y = x \; and \; y = 0 \;\; , about \quad x = 3}$$

a) $v = \int_0^1 \pi(\,(3-y)^2 - [3-(2-y)]^2)\,dy$

b) $v = \int_0^1 2\pi(\,(3-y)^2 - [3-(2-y)]^2)\,dy$

c) $v = \int_0^1 \pi(\,(3-y)^2 - (2-y)^2)\,dy$

d) $v = \int_0^1 \pi(\,(3-y)^2 - [3+(2-y)]^2)\,dy$



Q25 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$\boldsymbol{y = \sqrt{16 - x^2}\,, \quad y = 0 \;\; , about \;\; y = 0}$$

a) 16π

b) $\frac{128\pi}{3}$

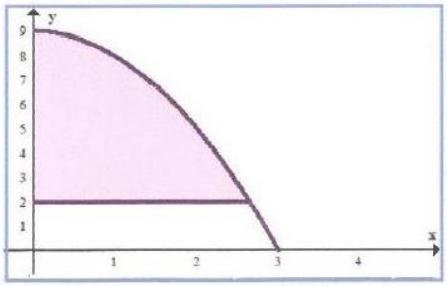
c) $\frac{256\pi}{3}$

d) 256π

Q26 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = 9 - x^2 \quad and \quad y = 2\,, 0 \le x \le \sqrt{7} \quad about \quad y - axis$$



a) $v = \int_2^9 \pi(9-y)^2 dy$

b) $v = \int_2^9 \pi\sqrt{9-y}\, dy$

c) $v = \int_2^9 (9-y)^2 dy$

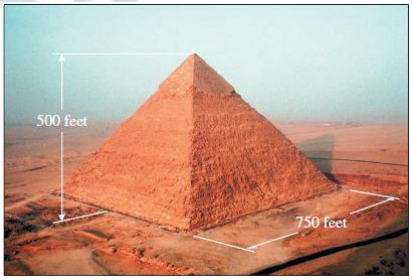
d) $v = \int_2^9 \pi(9-y) dy$

FRQ الجزء الكتابي

Q1

The great pyramid at Gizeh is **500 feet** high, rising from a square base of side **750 feet**.

يبلغ ارتفاع الهرم الأكبر في مدينة الجيزة **500 قدم** وطول ضلع قاعدته **750 قدم**



(a) Compute its volume using integration.

احسب حجم الهرم باستخدام التكامل

أولا نوجد العلاقة بين ارتفاع الهرم وطول ضلع المقطع العرضي

$(0,750)\,, (500,0)$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 750}{500 - 0} = -\frac{3}{2}$$

$$y - y_1 = -\frac{3}{2}(x - x_1)$$

$$y - 750 = -\frac{3}{2}(x - 0)$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 750$$

$$A = \left(-\frac{3}{2}x + 750\right)^2$$

$$V = \int_0^{500} \left(-\frac{3}{2}x + 750\right)^2 dx = 93750000$$

(b) Suppose that instead of completing a pyramid, the builders at Gizeh had stopped at height **250 feet** (with a square plateau top of side **375 feet**). Compute the volume of this structure.

افترض ان العمال لم يتمكنوا من اكمال بناء الهرم وتوقفوا عند ارتفاع 250 قدم وطول الضلع عند هذه النقطة هي 375 قدم احسب حجم المجسم الناتج

$$V = \int_0^{250} \left(-\frac{3}{2}x + 750\right)^2 dx = 82031250$$

Q2	The base of a solid V is the region bounded by the functions.	إذا كانت قاعدة مجسم محددة بالدوال التالية

$$y = x^2 \text{ and } y = 2 - x^2$$

Find the volume if v has
(a) square cross sections,

اوجد حجم المجسم إذا كانت مقاطعه العرضية هي
أ) مربعات

أولا نوجد نقاط التقاطع $2 - x^2 = x^2$

$x = -1\,, x = 1$

طول ضلع المربع يساوي

$s = 2 - x^2 - x^2 = 2 - 2x^2$

مساحة المربع يساوي

$A = (2 - 2x^2)^2$

$$V = \int_{-1}^{1} (2 - 2x^2)^2 dx = \frac{64}{15}$$

(b) semicircular cross sections and

ب) نصف دوائر

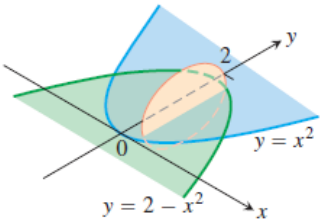
نصف قطر الدائرة

مساحة الدائرة

$r = \frac{1}{2}(2 - x^2 - x^2) = 1 - x^2$

$A = \frac{1}{2}\pi(1 - x^2)^2$

$$V = \int_{-1}^{1} \frac{1}{2}\pi(1 - x^2)^2 dx = \frac{8\pi}{15}$$



(c) equilateral triangle cross sections perpendicular to the $x - axis$.

ج) مثلثات متساوية الاضلاع

طول ضلع المثلث يساوي

$l = (2 - x^2 - x^2) = 2 - 2x^2$

مساحة المثلث

$A = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2$

$A = \frac{\sqrt{3}}{4}(2 - 2x^2)^2$

$$V = \int_{-1}^{1} \frac{\sqrt{3}}{4}(2 - 2x^2)^2 dx = \frac{16\sqrt{3}}{15}$$

Imad Odeh
IO MATHS ACADEMY
MR. IMAD ODEH
12 ADV

Q3 We can generate a circular cone of base radius r and height h by revolving about the x-axis the region below the graph of

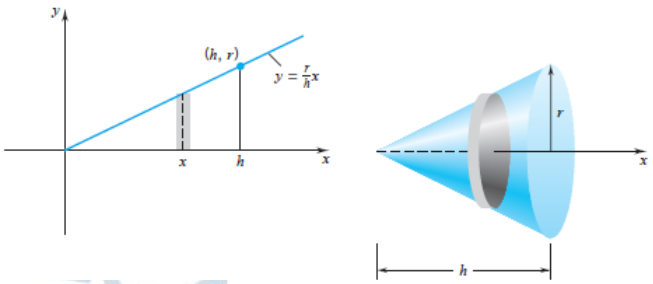
يمكننا إنشاء مخروط دائري بنصف قطر قاعدة r وارتفاع h عن طريق الدوران حول المحور x للمنطقة الموجودة أسفل الرسم البياني لـ

$$f(x) = \frac{r}{h}x \ , 0 \le x \le h$$

Find the formula of the cone volume اكتب القاعدة التي تحسب حجم المخروط

$$V = \pi \int_0^h \left(\frac{r}{h}x\right)^2 dx = \frac{\pi r^2}{h^2}\int_0^h x^2\,dx$$

$$\frac{\pi r^2}{h^2}\left(\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^h = \frac{\pi r^2}{3h^2}(h^3 - 0) = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

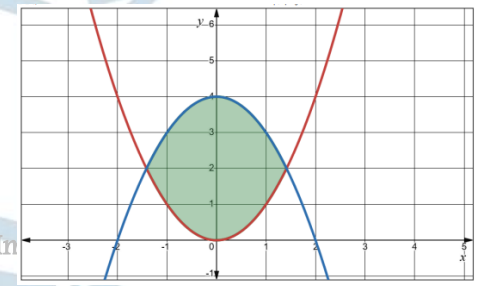


Q4 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$\boldsymbol{y = x^2}\ ,\quad \boldsymbol{y = 4 - x^2}\ ,\boldsymbol{about}\quad \boldsymbol{y = 6}$$

$$r_o = 6 - x^2$$
$$r_i = 6 - (4 - x^2) = 2 + x^2$$
$$V = \pi \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (6 - x^2)^2 - (2 + x^2)^2\,dx = \frac{128\sqrt{2}\pi}{3}$$



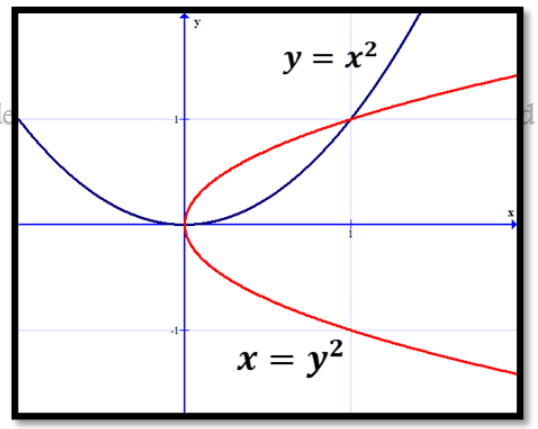
Q5 Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

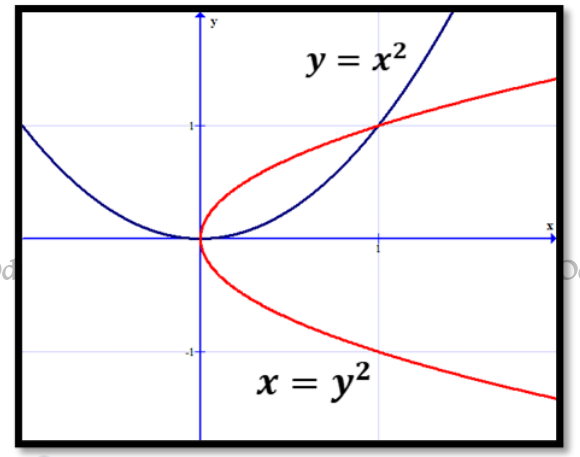
$$\boldsymbol{y = x^2}\quad \boldsymbol{and}\ \boldsymbol{x = y^2}$$

a) $about \quad y - axis$

$$r_o = \sqrt{y}$$
$$r_i = y^2$$
$$V = \pi \int_{-1}^{1} \left(\sqrt{y}\right)^2 - (y)^2\,dy = \frac{\pi}{6}$$



b) $x = 1$



$r_o = 1 - y^2$
$r_i = 1 - \sqrt{y}$

$$V = \pi \int_{-1}^{1} (1 - y^2)^2 - \left(1 - \sqrt{y}\right)^2 dy = \frac{11\pi}{3}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Od Odeh

Q6

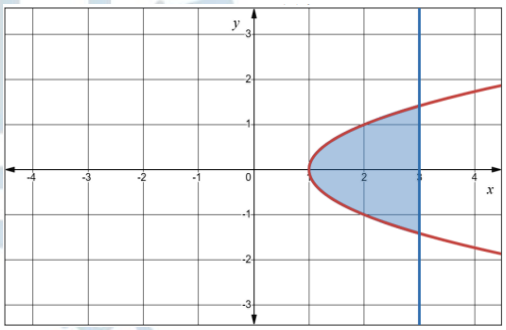
Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$x = y^2 + 1 \text{ and } x = 3 \text{ about}$$

a) $x = 3$

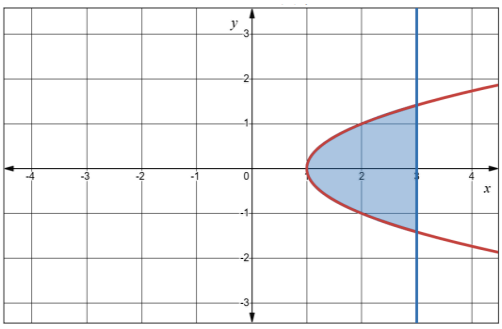
$r = 3 - (y^2 + 1) = 2 - y^2$



$$V = \pi \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (2 - y^2)^2 \, dy = \frac{64\sqrt{2}\pi}{15}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

b) $x = -3$



$r_o = 3 - (-3) = 6$
$r_i = (y^2 + 1) - (-3) = y^2 + 4$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$V = \pi \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (6)^2 - (y^2 + 4)^2 \, dy = \frac{416\sqrt{2}\pi}{15}$$

Q7

Compute the volume of the solid formed by revolving the given region about the given line

اوجد حجم المجسم المتولد من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات المعطاة حول المستقيم المعطى

$$y = x^2 \text{ and } y = 2x \text{ about } y - axis$$

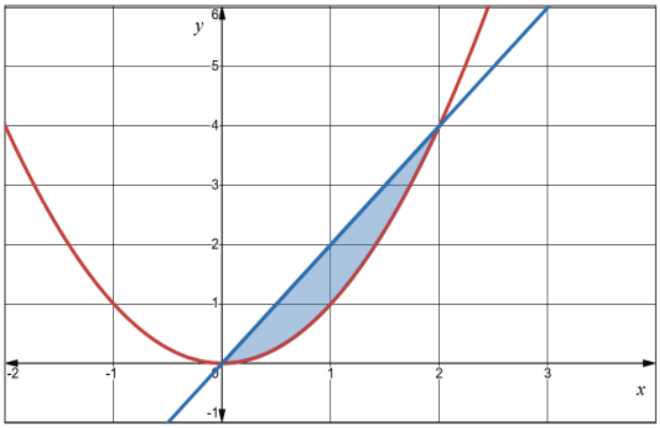
b) $x - axis$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$r_o = 2x - 0 = 2x$

$r_i = x^2 - 0 = x^2$

$$V = \pi \int_0^2 (2x)^2 - (x^2)^2 \, dx = \frac{64\pi}{15}$$



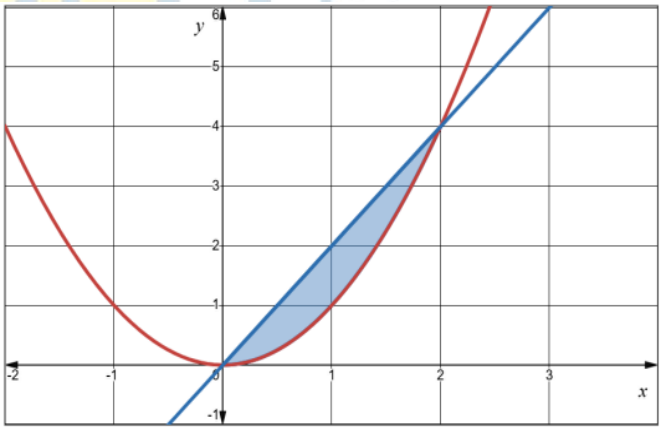
c) $y - axis$

$r_o = \sqrt{y} - 0 = \sqrt{y}$

$r_i = \frac{1}{2}y - 0 = \frac{1}{2}y$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$V = \pi \int_0^4 \left(\sqrt{y}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}y\right)^2 \, dy = \frac{8\pi}{3}$$



Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

BEST WISHES TO ALL

اطيب التمنيات للجميع