

الرياضيات

MATHEMATICS

2025-2026

الصف الثاني عشر متقدم

12 Advanced

الفصل الأول

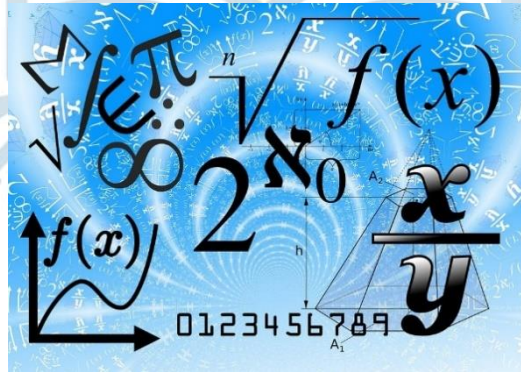
Chapter (3) الوحدة

Differentiation

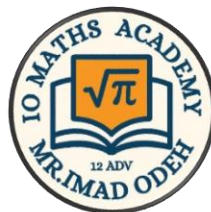
Teacher الاستاذ

عماد عودة

IMAD ODEH



اسم الطالب: -



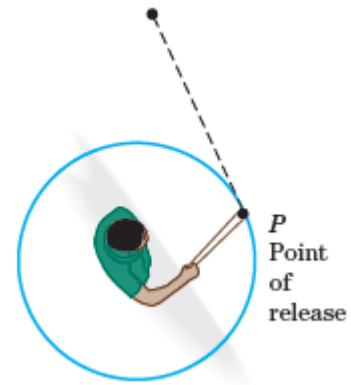
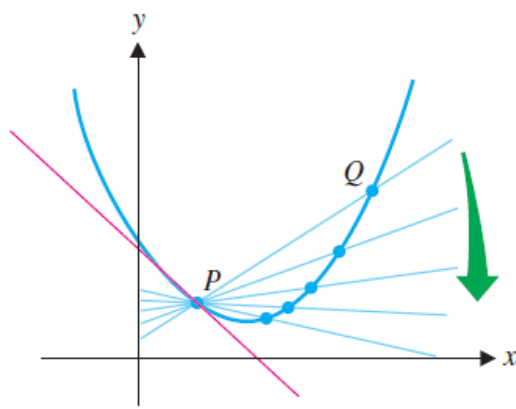
الاستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12><http://www.youtube.com/@imaths2022>

Differentiation

الوحدة الثالثة: التفاضل

3-1 Tangent Lines and Velocity	3-1 المماسات والسرعة المتجهة
3-2 The Derivative	3-1 الاشتقاق
3-3 Computation of Derivatives: The Power Rule	3-3 حساب المشتقات: قاعدة القوى
3-4 The Product and Quotient Rules	3-4 قواعد الضرب والقسمة
3-5 The Chain Rule	3-5 قاعدة السلسلة
3-6 Derivatives of Trigonometric Functions	3-6 مشتقة الدوال المثلثية
3-7 Derivatives of Exponential and Logarithmic Functions	3-7 اشتقاق الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية
3-8 Implicit Differentiation and Inverse Trigonometric Functions	3-8 الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية العكسية
3-10 The Mean Value Theorem	3-10 نظرية القيمة المتوسطة



تدرب هنا واختبر نفسك في الملزمة المرافقة (ملزمة اختبار نفسك)

**ملزمة اختبار نفسك ملزمة أسبوعية تصدر في نهاية كل درس وتقدم لك الفرصة لاختبار نفسك
أحرص على تحميلها من موقعنا على التلجرام**

مع أطيب الأمنيات بالتوفيق

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

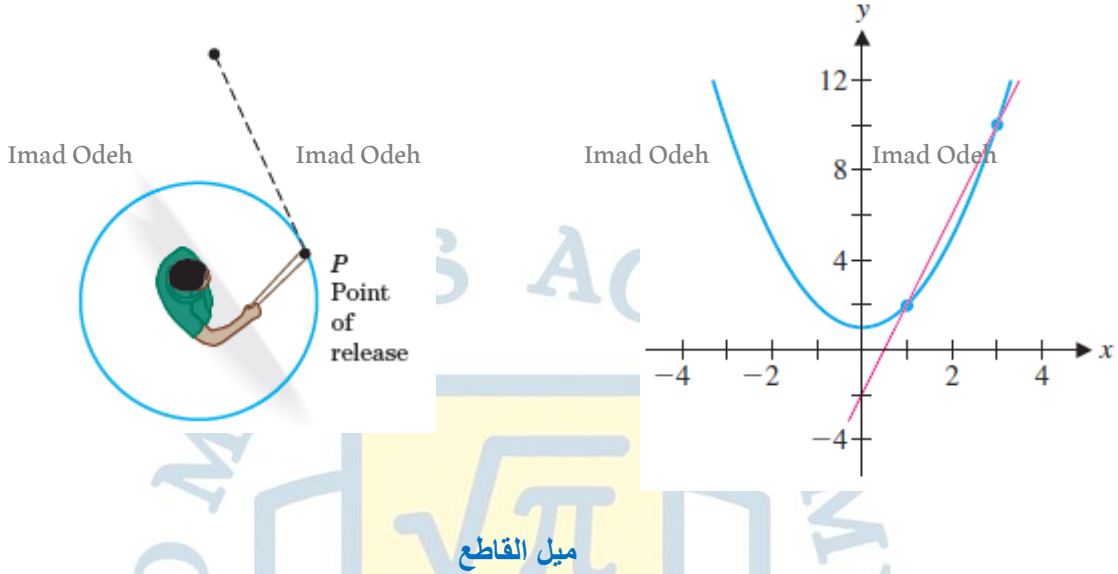
الدرس الاول

3.1 TANGENT LINES AND VELOCITY

المماسات والسرعة المتجهة

In this lesson we just need to understand the concept of **tangent line** and **instantaneous velocity** **just focus on average velocity**

في هذا الدرس فقط سنقوم بتعلم مفهوم المماس والسرعة اللحظية ونناقش مثال واحد فقط لكل منها حيث سيتم إيجاد الميل ومعادلة المماس والسرعة اللحظية في الدروس اللاحقة وبشكل مبسط **فقط نركز على إيجاد السرعة المتوسطة**



$$m_{\text{sec}} = \frac{f(a+h) - f(a)}{(a+h) - a} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

DEFINITION 1.1

تعريف ميل المماس للدالة $f(x)$ عند $x = a$

The slope m_{tan} of the tangent line to $y = f(x)$ at $x = a$ is given by

$$m_{\text{tan}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}, \quad (1.2)$$

provided the limit exists.

Equation of tangent line of $f(x)$ عند $x = a$

معادلة المماس للدالة $f(x)$ عند $x = a$

$$y = m_{\text{tan}}(x - a) + f(a).$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

نؤكد ان هذا السؤال يحل بطريقة وخطوات أسهل في الدروس اللاحقة فقط نحتاج هنا ان نتعرف المفهوم

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Solved Example Find an equation of tangent line to $y = x^2 + 1$ at $x = 1$. **مثال محلول** اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$y = x^2 + 1 \text{ at } x = 1.$$

Solution We compute the slope using (1.2):

أولاً: نوجد الميل باستخدام التعريف

$$m_{\tan} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(1+h)^2 + 1] - (1+1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 + 2h + h^2 + 1 - 2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2+h)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (2+h) = 2.$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$y = m(x - 1) + f(1)$$

ثانياً: نوجد معادلة المماس من القاعدة

$$m_{\tan} = 2,$$

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2$$

$$y = m(x - 1) + f(1) = 2(x - 1) + 2$$

$$y = 2x - 2 + 2$$

$$y = 2x$$

Average Velocity السرعة المتوسطة

$$v_{\text{avg}} = \frac{\text{signed distance}}{\text{time}} = \frac{s(b) - s(a)}{b - a}.$$

Solved Example Suppose that the height of a falling object t seconds after being dropped from a height of 64 feet is given by $s(t)$

مثال محلول افرض ان ارتفاع جسم يسقط من الاعلى في الزمن t يعطى بالعلاقة

$$s(t) = 64 - 16t^2.$$

- 1) Find the average velocity between times $t = 1$ and $t = 2$.

اوجد السرعة المتوسطة في الفترة بين $t = 1$ و $t = 2$

Solution The average velocity between times $t = 1$ and $t = 2$ is

$$v_{\text{avg}} = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1} = \frac{[64 - 16(2)^2] - [64 - 16(1)^2]}{1}$$

$$v_{\text{avg}} = -48 \text{ ft/s}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- 1) Find the average velocity between times
 $t = 1.5$ and $t = 2$.

اوجد السرعة المتوسطة في الفترة بين
 $t = 1.5$ و $t = 2$

Solution The average velocity between times $t = 1.5$ and $t = 2$ is

$$v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.5)}{2 - 1.5} = \frac{[64 - 16(2)^2] - [64 - 16(1.5)^2]}{0.5}$$

$$v_{avg} = -56 \text{ ft/s}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- 2) Find the average velocity between times
 $t = 1.9$ and $t = 2$.

اوجد السرعة المتوسطة في الفترة بين
 $t = 1.9$ و $t = 2$

Solution The average velocity between times $t = 1.9$ and $t = 2$ is

$$v_{avg} = \frac{s(2) - s(1.9)}{2 - 1.9} = \frac{[64 - 16(2)^2] - [64 - 16(1.9)^2]}{0.1}$$

$$v_{avg} = -62.4 \text{ ft/s}$$

Exercise تمارين

- Q1 The function $s(t)$ represents the position of an object.
Find the average velocity

تمرين تمثل الدالة دالة الموقع لجسم ما
اوجد السرعة المتوسطة

- 1) $s(t) = 3t^3 + t$
between $t = 0$ and $t = 2$ بين

- 2) $s(t) = 4t^3 + 10$
between $t = 0$ and $t = 2$ بين

- 3) $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$ (in meter)
between $t = 0$ and $t = 1$ بين

- 4) $s(t) = 3\sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$
between $t = 0$ and $t = \pi$ بين

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- 5) $s(t) = 3t^3 - 3$
between $t = 0$ and $t = 2$ بين

- 6) $s(t) = 3\sin(t - 2)$
between $t = 0$ and $t = 2$ بين

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

السرعة اللحظية Instantaneous

DEFINITION 1.2

If $s(t)$ represents the position of an object relative to some fixed location at time t as the object moves along a straight line, then the instantaneous velocity at time $t = a$ is given by

$$v(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{(a+h) - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{h}, \quad (1.5)$$

provided the limit exists. The speed is the absolute value of the velocity.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

أيضا هنا نؤكد ان السؤال يحل بطريقة وخطوات أسهل في الدروس اللاحقة فقط نحتاج هنا ان نتعرف مفهوم السرعة اللحظية

1) Find the instantaneous velocity at time $t = 2$.

اوجد السرعة اللحظية عند $t = 2$.

$$s(t) = 64 - 16t^2$$

Solution

$$\begin{aligned} v(2) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(2+h) - s(2)}{(2+h) - 2} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[64 - 16(2+h)^2] - [64 - 16(2)^2]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[64 - 16(4 + 4h + h^2)] - [64 - 16(2)^2]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-64h - 16h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-16h(h+4)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} [-16(h+4)] = -64 \text{ ft/s.} \end{aligned}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find the instantaneous velocity .

تمرين اوجد السرعة اللحظية عند

1) $s(t) = -4.9t^2 + 5$ at time $t = 2$

2) $s(t) = \sqrt{t+16}$ at time $t = 0$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3.2 THE DERIVATIVE

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

تفسير مفهوم المشتقة

Explanation of the concept of derivative

ماهي المشتقة ؟ متى نوجد المشتقة ؟

What is derivative ? when we need to calculate derivative

Derivative

rate of change

معدل التغير اللحظي

Explanation physical

تفسير فيزيائي
السرعة اللحظية

Instantaneous velocity

Explanation Geometrical

تفسير هندسي
ميل المماس

Tangent line

Derivative notations

$f'(x)$

y'

$\frac{dy}{dx}$

$\frac{df}{dx}$

رمز المشتقة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

استخدام النهايات (Limit) Defintion

Derivative of the function $f(x)$
at a point $x = a$

مشتقة الدالة $f(x)$ عند نقطة $x = a$

Imad Odeh

Imad Odeh

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

The derivative of the function $f(x)$ is the
function

مشتقة الدالة $f(x)$ هي الدالة

Imad Odeh

Imad Odeh

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Alternative definition

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

التعريف البديل للمشتقة

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

First by difention (limit)

أولا باستخدام تعريف المشتقة

Solved Example Use definition to compute the derivative of **مثال محلول** استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = 3x + 1 \text{ at } a = 1.$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(1+h) + 1] - [3(1) + 1]}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3 + 3h + 1] - [4]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[4 + 3h] - [4]}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h}{h} = 3$$

Q1 Use definition (limit) to compute the derivative of **تمرين** استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

1) $f(x) = 2x - 1$ at $a = 5$.

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $f(x) = 5x + 3$ at $a = 2$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Solved Example Use **definition** to compute the derivative of

مثال محلولة استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = 3x^2 + 1 \text{ at } a = 1.$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

تذكر
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(1+h)^2 + 1] - [3(1)^2 + 1]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(1+2h+h^2) + 1] - [4]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3 + 6h + 3h^2 + 1] - [4]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[4 + 6h + 3h^2] - [4]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[6h + 3h^2]}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h[6 + 3h]}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} [6 + 3h] = 6$$

Solved Example Use **definition(limit)** to compute the derivative of

مثال محلولة استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = x^2 + 5 \text{ at } a = 2.$$

Alternative definition

في هذا السؤال سوف نستخدم التعريف البديل للمشتقة

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 + 5) - (9)}{x - 2}$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 2+2 = 4$$

تمرين استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد Q2 Use definition (limit) to compute the derivative of

1) $f(x) = x^2 - 3$ at $a = 2$.

2) $f(x) = x^2 - 2$ at $a = 2$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Solved Example Use definition (limit) to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = \sqrt{3x+1} \text{ at } a = 1.$$

Alternative definition

في هذا السؤال سوف نستخدم التعريف البديل للمشتقة

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

تذكر
الضرب بالمرافق conjugate
 $(\sqrt{x} - a) \leftrightarrow (\sqrt{x} + a)$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{3(1)+1}}{x - 1}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{4}}{x - 1}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x - 1} \cdot \frac{\sqrt{3x+1} + 2}{\sqrt{3x+1} + 2}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4}{x-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+1}+2}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-3}{x-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+1}+2}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{x-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+1}+2}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+1}+2} = 3 \cdot \frac{1}{2+2} = \frac{3}{4}$$

Q3 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

تمرين استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

1) $f(x) = \sqrt{x}$ at $a = 1$.

2) $f(x) = \sqrt{2x+1}$ at $a = 5$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(x) = \frac{3}{x+1}$ at $a = 2$.

4) $f(x) = \frac{2}{x+1}$ at $a = 1$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Solved Example Use **definition** (limit) to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$f(x) = x^2 - 2x$ at $x = 3$.

$$f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(3+h)^2 - 2(3+h)] - [(3)^2 - 2(3)]}{h}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[9 + 6h + h^2 - 6 - 2h] - [3]}{h}$$

$$f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3 + 4h + h^2] - [3]}{h}$$

$$f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(4+h)}{h}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} (4+h) = 4$$

Use **definition** (limit) to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

$$f(x) = 3x^3 + 2x - 1 \text{ at } x = 1.$$

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(1+h)^3 + 2(1+h) - 1] - (3 + 2 - 1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(1 + 3h + 3h^2 + h^3) + (2 + 2h) - 1 - 4}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{11h + 9h^2 + 3h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (11 + 9h + 3h^2) = 11. \end{aligned}$$

The **derivative** of the function $f(x)$ is the function

مشتقة الدالة $f(x)$ هي الدالة

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Solved Example Use **definition** (limit) to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد مشتقة

$$f(x) = 2x + 5$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x+h) + 5] - [2x + 5]}{h} \\ f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2x + 2h + 5] - [2x + 5]}{h} \\ f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2h]}{h} = 2 \end{aligned}$$

Solved Example Use **definition** (limit) to compute the derivative of

مثال محلول استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد مشتقة

$$f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} \\ f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{x - (x+h)}{x(x+h)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{x(x+h)h} \\ f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{x(x+h)} = -\frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

Q4 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

تمرين استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

1) $f(x) = \sqrt{x}, x \geq 0$

2) $f(x) = 3x^2 + 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

4) $f(x) = \frac{3}{x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $f(x) = \frac{3}{x+1}$

6) $f(x) = \frac{2}{2x-1}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Use **definition** (limit) to compute the derivative of

تمرين استخدم تعريف المشتقة (النهايات) لإيجاد

7) $f(x) = \sqrt{3t+1}$

8) $f(x) = \sqrt{2t+4}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

9) $f(x) = \sqrt{2x-1}$

10) $f(x) = x^3 + 2x - 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

ربط مفهوم المشتقة بالنهايات

Link derivative with limit

Q6 Let

تمرين

$$f'(2) = 3, f'(-3) = 5, f'(1) = 2$$

Solved Example

مثال محلول

1) Find

(1) اوجد

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = f'(2) = 3$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

$$2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

Imad Odeh Imad Odeh

$$3) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{h}$$

Imad Odeh Imad Odeh

$$4) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h}$$

Imad Odeh Imad Odeh

$$5) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-3-h) - f(-3)}{5h}$$

Imad Odeh Imad Odeh

$$6) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h) - f(1)}{h}$$

Imad Odeh Imad Odeh

$$7) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x) - f(-3)}{x+3}$$

Imad Odeh Imad Odeh

$$8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{\sqrt{x} - 1}$$

Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh Imad Odeh

سيتم تأجيل بقية التمارين الى حين استكمال درس قواعد الاشتقاق

Other question will be postponed after completing the derivative rules lesson

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12><http://www.youtube.com/@imaths2022>

3.3 COMPUTATION OF DERIVATIVES: THE POWER RULE

حساب المشتقات: قاعدة القوى

رمز المشتقة

$$f'(x), \quad y', \quad \frac{dy}{dx}, \quad \frac{df(x)}{dx}$$

استخدام قواعد الاشتقاق Defintion Rules

Basic Rules القواعد الأساسية	
$y = c$	$\frac{dy}{dx} = 0$
$y = ax$	$\frac{dy}{dx} = a$
$y = x^n$	$\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Solved Example Find the derivative of

مثال محلولة اوجد المشتقة

1) $f(x) = x^8$

2) $g(t) = t^{107}$

$f'(x) = 8x^7$

$g'(x) = 107x^{106}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

THEOREM 3.3

If $f(x)$ and $g(x)$ are differentiable at x and c is any constant, then

- (i) $\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x),$
- (ii) $\frac{d}{dx}[f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x)$ and
- (iii) $\frac{d}{dx}[cf(x)] = cf'(x).$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12><http://www.youtube.com/@imaths2022>

Solved Example Find the derivative of

مثال محلول اوجد المشتقة

1) $f(x) = \frac{1}{x^{19}}$

$f(x) = x^{-19}$

$f'(x) = -19x^{-20}$

$f'(x) = -\frac{19}{x^{20}}$

2) $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$

$g(x) = x^{\frac{2}{3}}$

$g'(x) = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$

$g'(x) = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x}$

3) $h(x) = x^\pi$

$h'(x) = \pi x^{\pi-1}$

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 Find the derivative of

تمرين اوجد مشتقة

1) $f(x) = x^3 - 2x + 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $f(x) = x^9 - 3x^5 + 4x^2 - 4x$

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(x) = 2x^6 + 3\sqrt{x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $f(s) = 5\sqrt{s} - 4s^2 + 3$

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $f(x) = \frac{4x^2 - 3x + 2\sqrt{x}}{x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

6) $f(t) = 3t^3 - 2\sqrt{t}$

Imad Odeh

Imad Odeh

7) $f(x) = \frac{3}{x} - 8x + 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

8) $f(x) = \frac{2}{x^4} - x^3 + 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find the derivative of

تمرين اوجد مشتقة

9) $f(x) = \frac{3x^2 - 3x + 1}{2x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

10) $f(x) = \frac{2 - 3x + x^2}{\sqrt{x}}$

Imad Odeh

Imad Odeh

1) $f(x) = 2s^{3/2} - 3s^{-1/3}$

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $f(x) = \frac{10}{\sqrt[3]{x}} - 2x + \pi$

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(t) = 3t^\pi - 2t^{1.3}$

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $f(x) = \frac{4x^2 - x + 3}{\sqrt{x}}$

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{5}{x^2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

6) $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

7) $f(x) = x(3x^2 - \sqrt{x})$

Imad Odeh

Imad Odeh

8) $f(x) = (x + 1)(3x^2 - 4)$

Imad Odeh

Imad Odeh

معادلة المماس

Equation of the tangent line

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$$m = f'(x_1), \quad y_1 = f(x_1)$$

Solved Example Find an equation of the tangent line to the graph of اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$f(x) = 4x^2 - 3x + 2 \quad \text{at } x = 1$$

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$$f'(x) = 8x - 3$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$f'(1) = 8(1) - 3 = 5 \quad m = 5$$

$$f(1) = 4(1)^2 - 3(1) + 2 = 3, \quad y_1 = 3$$

$$y = 5(x - 1) + 3$$

$$y = 5x - 2$$

Solved Example Find an equation of the tangent line to the graph of اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

$$f(x) = 4 - 4x + \frac{2}{x} \quad \text{at } x = 1$$

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = 4 - 4x + 2x^{-1}$$

$$f'(x) = -4 - 2x^{-2}$$

$$f'(1) = -4 - 2(-1)^{-1} = -2 \quad m = -2$$

$$f(1) = 4 - 4(1) + \frac{2}{1} = 2, \quad y_1 = 2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$y = -2(x - 1) + 2$$

$$y = -2x + 4$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find equation of the tangent line to the function of $f(x)$ below at the given point:

تمرين اوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

1) $f(x) = 2x^2 - 2$ at $x = -1$

2) $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$ at $x = 3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(x) = x^2 - 2$ at $a = 1$

4) $f(x) = x^2 - 3x$ at $a = -2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $f(x) = x^2 - 3x$ at $a = 1$

6) $f(x) = 4\sqrt{x} - 2x$ at $a = 4$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Determine the values of x for which the tangent line of the function is horizontal

تمرين اوجد قيم x والتي يكون للدالة عندها مماس افقي

1) $y = x^3 - 6x^2 + 1$

2) $f(x) = x^4 - 4x + 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $y = x^4 - 2x^2 + 3$

4) $f(x) = x^{2/3}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Solved Example Suppose that the height of a falling object t seconds after being dropped from a height of **64 feet** is given by

مثال محلول إذا كان ارتفاع جسم يسقط من مكان ثابت في الزمن t يساوي 64 قدم معطى بالعلاقة التالية

$$s(t) = 64 - 16t^2 \text{ feet.}$$

Find instantaneous velocity at time $t = 2$.

اوجد السرعة اللحظية عندما $t = 2$

$$v = s'(t)$$

$$v = s'(t) = -32t$$

$$v = s'(2) = -32(2) = -64 \text{ ft/sec}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 The function $h(t)$ represent the height of an object. Compute the velocity at time $t = 1$

تمرين لتكن الدالة $h(t)$ تمثل ارتفاع جسم معين اوجد سرعة الجسم عندما $t = 1$

1) $h(t) = 10t^2 - 24t$

2) $h(t) = 10 - \frac{10}{t}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Use position function to find the velocity at time $t = a$

تمرين استخدم دالة الموقع لإيجاد السرعة عندما $t = a$

1) $s(t) = 4t - 4.9t^2, a = 1$

2) $s(t) = \frac{4}{t}, a = 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $s(t) = -4.9t^2 + 5, a = 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

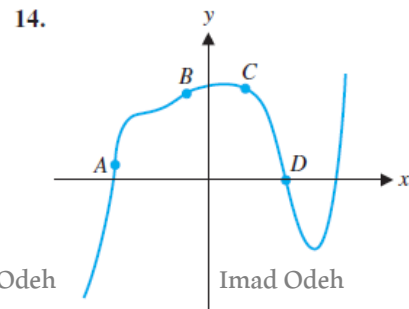
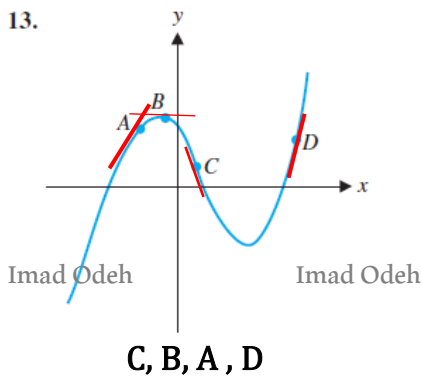
في الأسئلة التالية يطلب منك ترتيب النقاط حسب الميل أي من النقطة التي يكون عندها الميل أصغر الى النقطة التي يكون عندها الميل الأكبر حيث نقوم برسم خط يمس النقطة ومن ثم نقدر الميل

In exercises 13 and 14, list the points A, B, C and D in order of increasing slope of the tangent line.

تمرين رتب النقاط التالية حسب تزايد ميل المماس

Solved Example

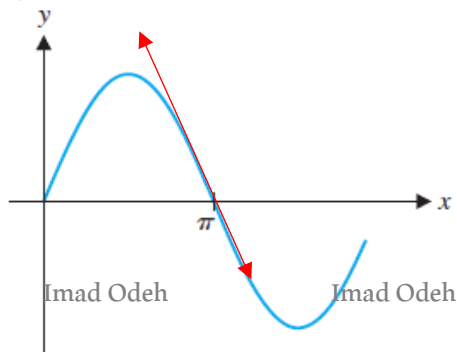
مثال محلول



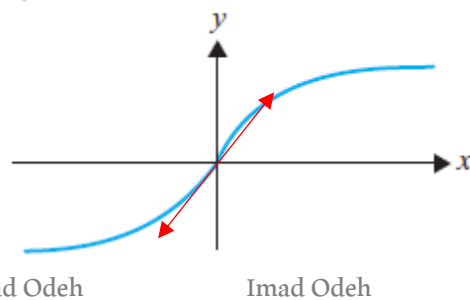
Solved Example sketch in a plausible tangent line at the given point, or state that there is no tangent line.

مثال محلول ارسم مماسا لمنحنى الدالة عند النقطة المعطاة

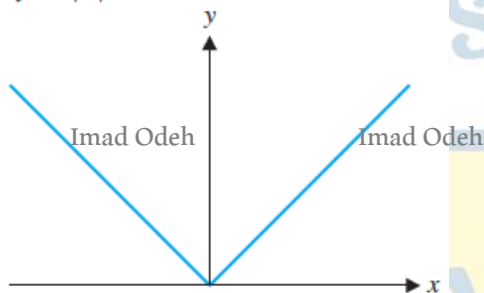
27. $y = \sin x$ at $x = \pi$



28. $y = \tan^{-1} x$ at $x = 0$

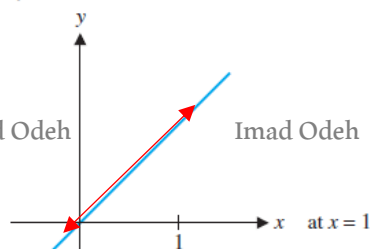


29. $y = |x|$ at $x = 0$



هنا رأس مدبب (زاوية) لا يمكن رسم مماس
We couldn't sketch a tangent line (corner)

30. $y = x$ at $x = 1$



بقية أسئلة الدرس سيتم نقلها الى نهاية الدرس الثالث حيث سيتم حلها بقواعد الاشتقاق وبطرق وخطوات أسهل

Continuity and differentiation

THEOREM 2.1

If f is differentiable at $x = a$, then f is continuous at $x = a$.

Prove if f is differentiable at $x = a$, then f is continuous at $x = a$.

اثبت انه إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x = a$ فإن الدالة f تكون متصلة عند $x = a$

For f to be continuous at $x = a$, we need only show that

$$f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - f(a)] =$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - f(a)] = \lim_{x \rightarrow a} \left[f(x) - f(a) \frac{x-a}{x-a} \right] = \lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x) - f(a)}{x-a} (x-a) \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - f(a)] = \lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x) - f(a)}{x-a} \right] \lim_{x \rightarrow a} (x-a) =$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - f(a)] = f'(a) \cdot \lim_{x \rightarrow a} (x-a) =$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - f(a)] = f'(a) \cdot 0 =$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - f(a)] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Solved Example Show that

مثال محلولة بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 4, & x < 2 \\ 2x, & x \geq 2 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 2$.

غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

أولا نبحث الاتصال عند $x = 2$

بما ان الدالة متصلة نبحث الان في الاشتقاق عند $x = 2$

first, we must check continuity

Now we check differentiable at $x = 2$

شرط الاتصال

$$f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$f(2) = 2(2) = 4$$

Imad Odeh

Imad Odeh

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2(2) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$$

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$$

So $f(x)$ is continuous at $x = 2$

$$f'(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 2, & x > 2 \end{cases}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

$$D_- f(2) = 0 \neq D_+(2) = 2$$

$f'(2)$ does not exist

Q1 Show that

تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 4, & x < 0 \\ 2x, & x \geq 0 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 0$.غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Show that

تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 0 \\ 3x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 0$.غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Show that

تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 0 \\ x^2 + 2x, & x \geq 0 \end{cases}$$

is differentiable at $x = 0$.قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Show that

تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 1$.غير قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Show that

تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2, & x < 3 \\ -3x, & x \geq 3 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 3$.غير قابلة للاشتقاق عند $x = 3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Show that

تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x \leq 2 \\ 2x - 2, & x > 2 \end{cases}$$

is not differentiable at $x = 2$.غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 Show that

تمرين بين ان الدالة

$$f(x) = \begin{cases} 4x, & x < 1 \\ 2x^2 + 2, & x \geq 1 \end{cases}$$

is differentiable at $x = 1$.قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Solved Example For

مثال محلول في الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x < 0 \\ ax + b, & x \geq 0 \end{cases}$$

find all real numbers a and b such that $f'(0)$ exists.اوجد جميع قيم a, b بحيث تكون $f'(0)$ موجودةAs $f(x)$ differentiable so $f(x)$ will be continuous $f(x)$ differentiable at $x = 0$ so

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 + 2x = \lim_{x \rightarrow 0^+} ax + b$$

$$0 = 0 + b \rightarrow b = 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + 2, & x < 0 \\ a, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$D_-f(0) = D_+f(0)$$

$$2(0) + 2 = a \rightarrow a = 2$$

Q8 For

تمرين في الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$$

find all real numbers a and b such that $f(x)$ differentiable at $x = 1$.اوجد جميع قيم a, b بحيث تكون قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q9 For

تمرين في الدالة

$$f(x) = \begin{cases} mx^2 - 2, & x \leq 1 \\ k\sqrt{x}, & x > 1 \end{cases}$$

find all real numbers m and k such that $f'(1)$ exists.

اوجد جميع قيم m, k بحيث تكون $f'(1)$ موجودة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q10 For

تمرين في الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \leq 2 \\ bx^2 + ax, & x > 2 \end{cases}$$

find all real numbers a and b such that $f(x)$ differentiable at $x = 2$.

اوجد جميع قيم a, b بحيث تكون قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q11 For

تمرين في الدالة

$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & x \leq 0 \\ x^2 - 3x, & x > 0 \end{cases}$$

find all real numbers a and b such that $f'(x)$ exist

اوجد جميع قيم a, b بحيث تكون $f'(0)$ موجودة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q12 For

تمرين في الدالة

$$f(x) = \begin{cases} ax, & x \leq 0 \\ x^2 - 3x, & x > 0 \end{cases}$$

find all real numbers a
such that $f'(x)$ exist

اوجد جميع قيم a بحيث تكون $f'(0)$ موجودة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q13 For

تمرين في الدالة

$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & x \leq -1 \\ bx^2 - 3, & x > -1 \end{cases}$$

find all real numbers a and b
such that $f'(x)$ exist

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

تمرين إذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند $x = a$ اثبت $f(x)$ differentiable at $x = a$, show that $g(x)$ is continuous at $x = a$
ان الدالة $g(x)$ متصلة عند $x = a$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}, & x \neq a \\ f'(a), & x = a \end{cases}$$

Imad Odeh

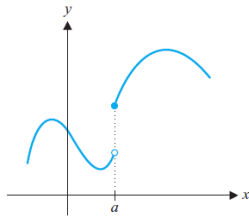
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$f'(a)$ does not exist

الحالات التي تكون عندها المشتقة غير موجودة



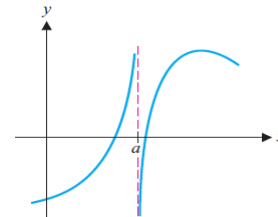
A jump discontinuity قفزة

دالة غير متصلة

$f'(a)$ does not exist

Imad Odeh

Imad Odeh



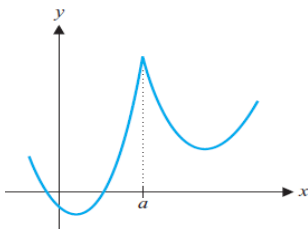
A vertical asymptote مماس عمودي

دالة غير متصلة

$f'(a)$ does not exist

Imad Odeh

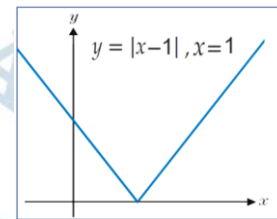
Imad Odeh



A cusp رأس مدبب

does not exist $f'(a)$ دالة متصلة لكن

$D_-f(a) \neq D_+f(a)$

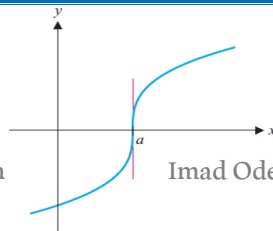


Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



A vertical tangent line مماس عمودي

دالة متصلة لكن $f'(a)$ غير موجودة

$f'(a)$ does not exist

Imad Odeh

Imad Odeh

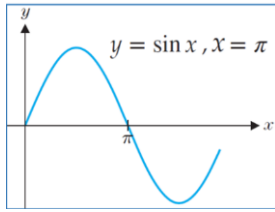
Imad Odeh

Imad Odeh

Q13 Which graph does not have a tangent line at a given point

تمرين أي من الدوال التالية ليس لها مماس عند النقطة المعطاة

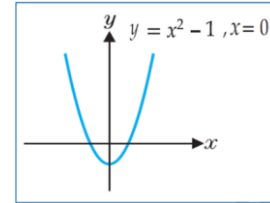
A)



Imad Odeh

Imad Odeh

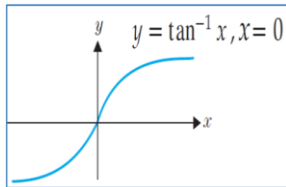
B)



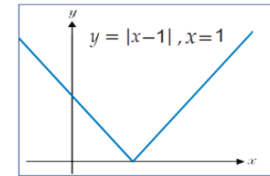
Imad Odeh

Imad Odeh

C)



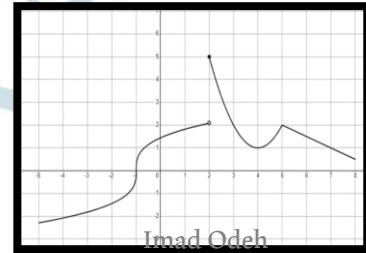
D)



Q14 Determine the value of x where $f(x)$ not differentiable.

تمرين حدد قيم x التي تكون عندها الدالة غير قابلة للاشتقاق

$x =$	Reason
Imad Odeh	Imad Odeh



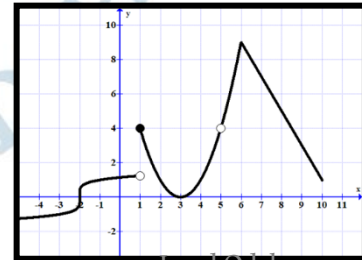
Imad Odeh

Imad Odeh

Q15 Determine the value of x where $f(x)$ not differentiable.

تمرين حدد قيم x التي تكون عندها الدالة غير قابلة للاشتقاق

$x =$	Reason
Imad Odeh	Imad Odeh



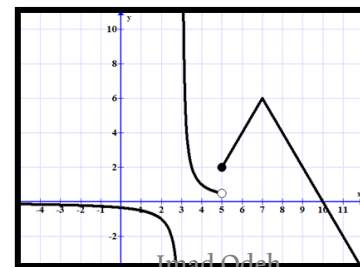
Imad Odeh

Imad Odeh

Q16 Determine the value of x where $f(x)$ not differentiable.

تمرين حدد قيم x التي تكون عندها الدالة غير قابلة للاشتقاق

$x =$	Reason
Imad Odeh	Imad Odeh

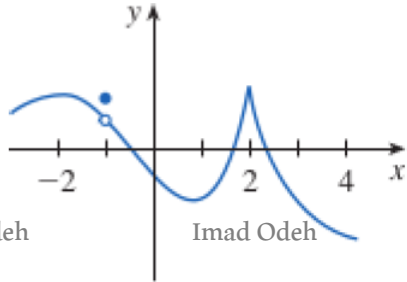


Imad Odeh

Imad Odeh

Q16 Determine the value of x where $f(x)$ not differentiable.

تمرين حدد قيم x التي تكون عندها الدالة غير قابلة للاشتقاق

$x =$	Reason		
Imad Odeh	Imad Odeh		

Sketching the Graph of f Given the Graph of f'

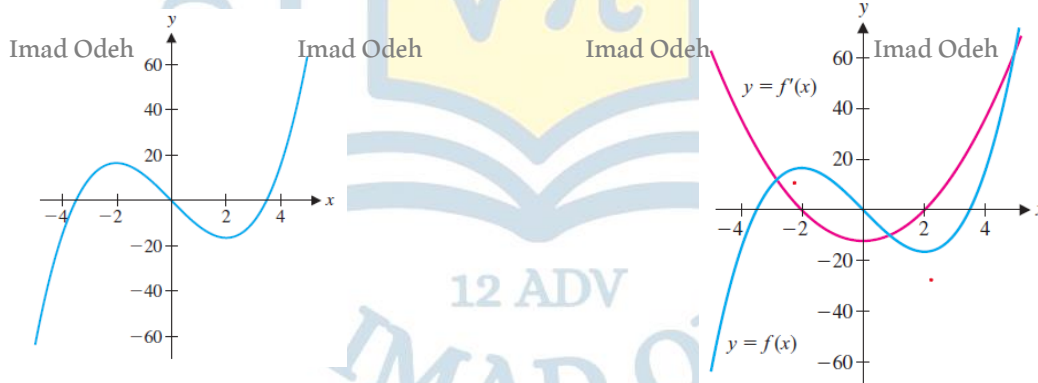
لرسم المشتقة من التمثيل البياني للدالة الأصلية نتبع ما يلي

- 1) نحدد على الرسم القيم القصوى (القمم والقيعان) ونسقطها ونحولها الى مقاطع على المحور الافقي
- 2) نحدد الفترات التي يكون عندها منحنى الدالة يتزايد أي يتجه الى الأعلى ومن ثم نرسمها فوق محور x والفترات التي يكون عندها المنحنى يتناقص يتجه للأسفل ونرسمها تحت محور x

Solved example Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

مثال محلول استخدم الرسم البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'

solution



Imad Odeh

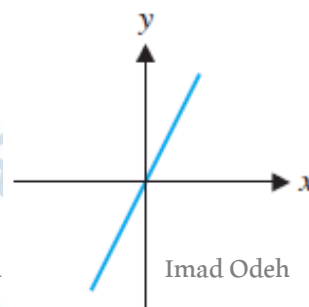
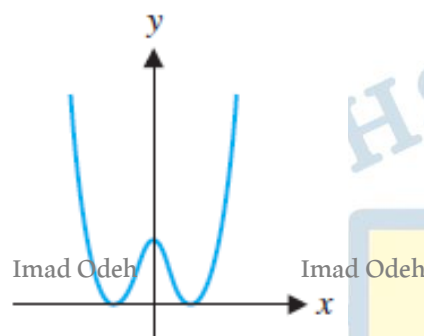
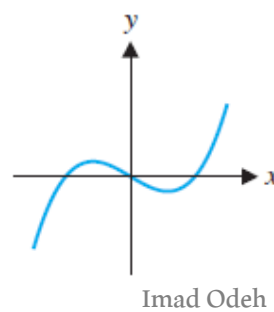
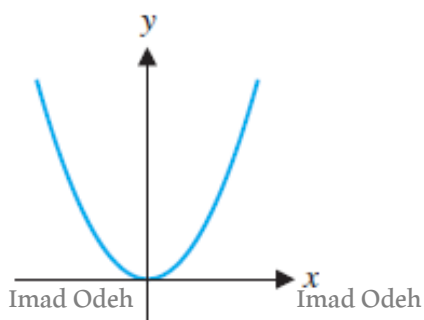
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

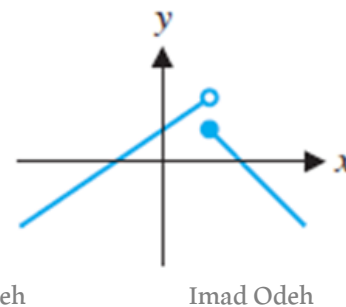
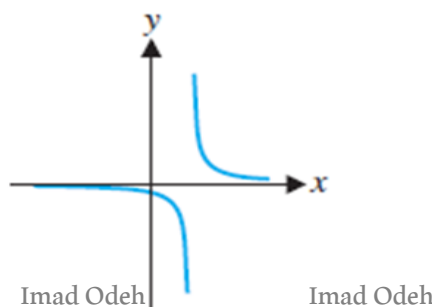
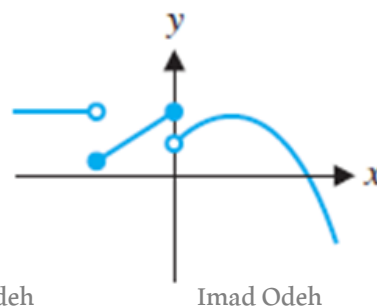
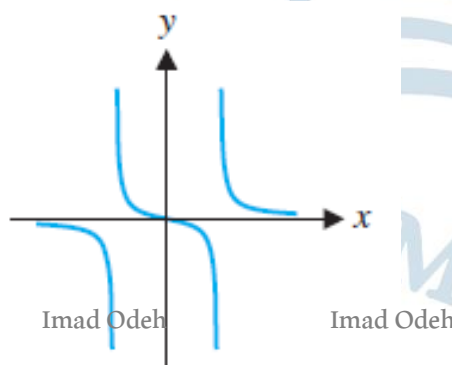
Q17 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

تمرين استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'



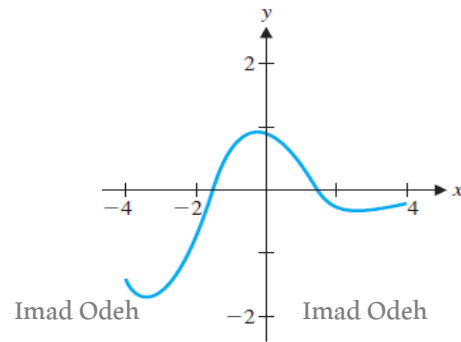
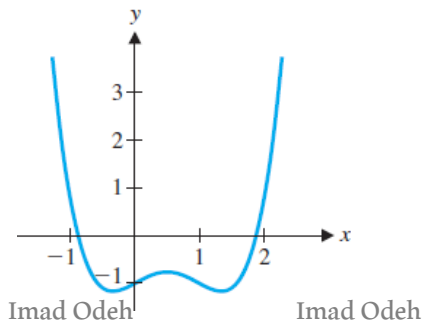
Q18 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

تمرين استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'



Q19 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

تمرين استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'

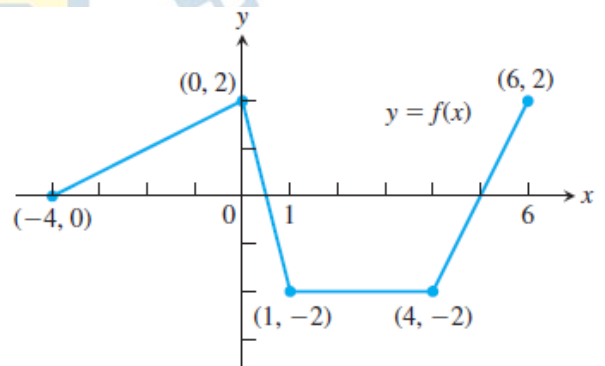


Q20 Study graph below then answer the question

تمرين ادرس الرسم التالي ثم اجب على الأسئلة

a) at which points of the interval $[-4, 6]$ is f' not defined? Give reasons for your answer.

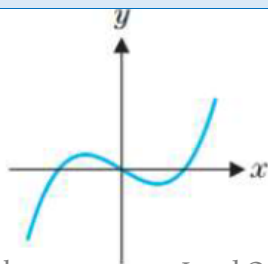
اوجد النقاط التي تكون عندها f' غير موجودة في الفترة $[-4, 6]$ ؟
وضح السبب



b) Graph the derivative of f .
The graph should show a step function.

Q21 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

تمرين استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'



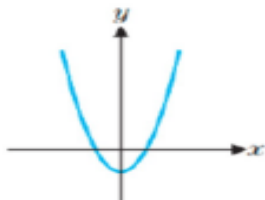
Imad Odeh

Imad Odeh

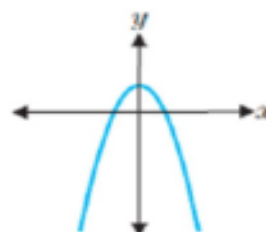
Imad Odeh

Imad Odeh

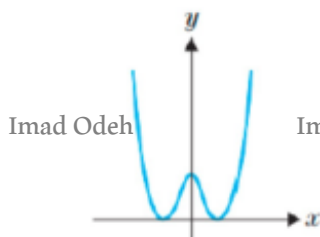
A)



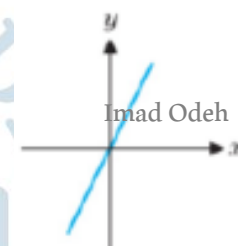
B)



C)



D)



Imad Odeh

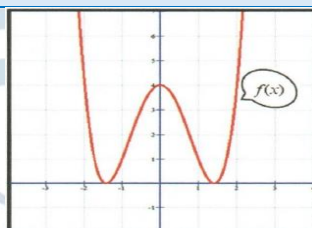
Imad Odeh

Imad Odeh

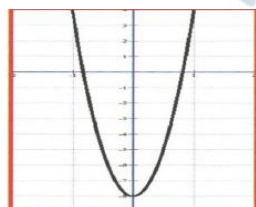
Imad Odeh

Q22 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

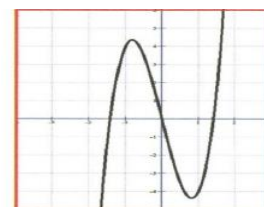
تمرين استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'



A)



B)



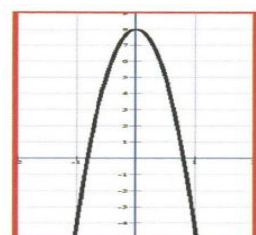
Imad Odeh

Imad Odeh

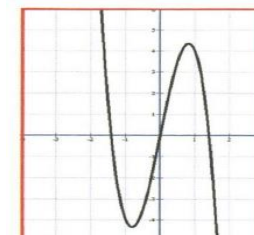
Imad Odeh

Imad Odeh

C)

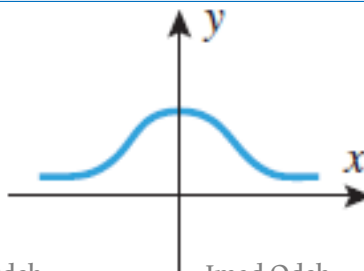


D)



Q23 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'



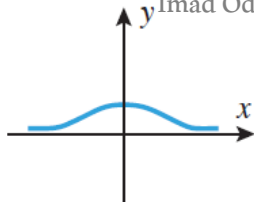
Imad Odeh

Imad Odeh

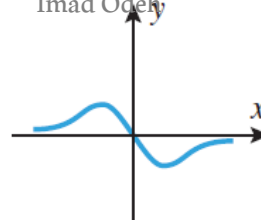
Imad Odeh

Imad Odeh

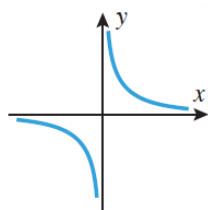
A)



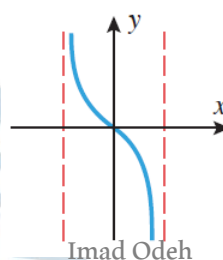
B)



C)



D)



Imad Odeh

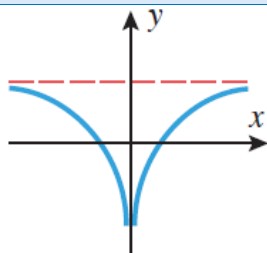
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q24 Given the graph of f sketch a plausible graph of f'

استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'



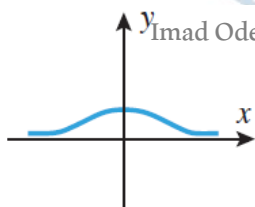
Imad Odeh

Imad Odeh

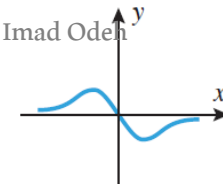
Imad Odeh

Imad Odeh

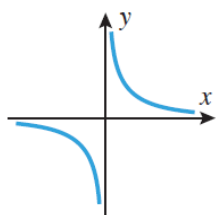
A)



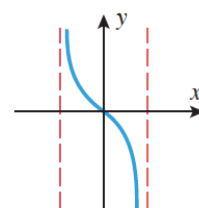
B)



C)



D)



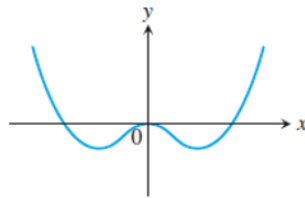
Imad Odeh

Imad Odeh

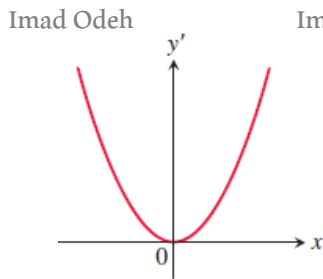
Imad Odeh

Imad Odeh

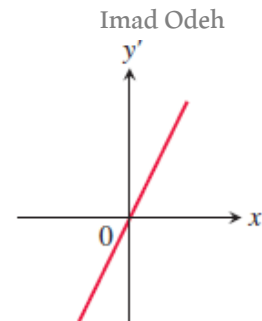
Q25 Given the graph of f sketch a plausible graph of f' استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f'



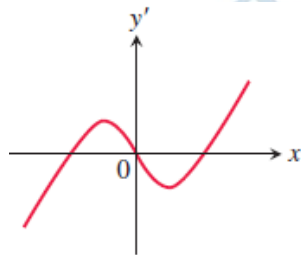
A)



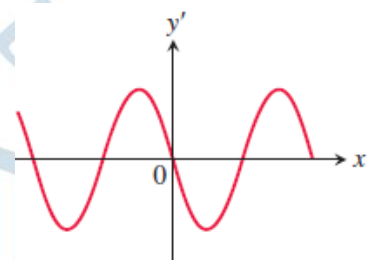
B)



C)



D)



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

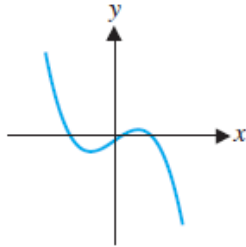
Imad Odeh

رسم الدالة من خلال بيان مشتقتها

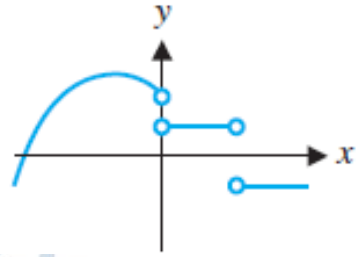
لرسم الدالة الأصلية بمعرفة مشتقتها نتبع الخطوات التالية

- (1) نحدد نقاط التقاطع مع محور x ونحولها الى قيم قصوى إذا كانت الرسم قبلها مرسوم تحت المحور وبعدها فوق المحور نضعها قيمة صغرى وبالعكس
- (2) نحدد الفترات التي تكون عندها المشتقة موجبة (فوق محور x) ونرسمها في حالة تزايد أي تتجه الى الأعلى والفترات التي تكون عندها المشتقة سالبة (تحت محور x) ونرسمها في حالة تناقص أو تتجه الى الأسفل
- (3) النقاط التي تكون عندها قفزات (خطوط مستقيمة) نرسمها رؤوس مدببة وقد تكون ناب في حالات معينة
- (4) النقاط التي تكون عندها قفزات (خطوط ومنحنى) نرسمها ناب
- (5) النقاط التي تكون عندها مالا نهاية نرسمها مماسات عمودية أو ناب

استخدم التمثيل البياني لمشتقة الدالة f' لرسم بيان f Q1 Given the graph of f' sketch a plausible graph of f



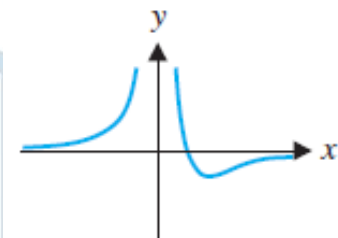
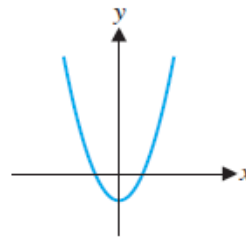
Imad Odeh



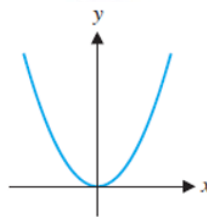
Imad Odeh

Imad Odeh

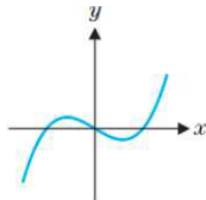
Imad Odeh



استخدم التمثيل البياني لمشتقة الدالة f' لرسم بيان f Q2 Given the graph of f' sketch a plausible graph of f

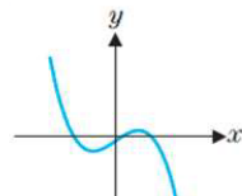


A)



Imad Odeh

B)

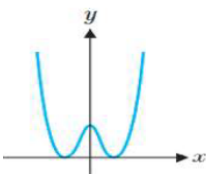


Imad Odeh

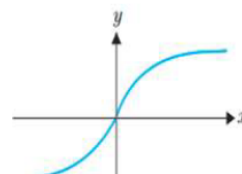
Imad Odeh

Imad Odeh

C)



D)



مسائل متنوعة لربط مفهوم المشتقة بقواعد الاشتقاق

Q1 If f is differentiable at $x = a \neq 0$, evaluateإذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x = a \neq 0$ اوجد

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{[f(x)^2] - [f(a)^2]}{x^2 - a^2}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Prove that if f is differentiable at $x = a$, thenاثبت انه إذا كانت f قابلة للاشتقاق عند $x = a$ فان

1) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + ch) - f(a)}{h} = c f'(a)$

2) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2 + h)^3 - 8}{h}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{5(3 + h)^2 - 45}{h}$

4) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(-3 + h)^2 - 9}{h}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h - 2)^4 - 16}{h}$

6) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + h} - 2}{h}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 If

لتكن

$$f(x) = x^2 + 1 \quad \text{find} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h} \quad \text{اوجد}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Find value of a ifاوجد قيمة a حيث

$$f(x) = x^2 + ax - 5 \quad \text{and} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 3$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Find value of a ifاوجد قيمة a حيث

$$f(x) = ax^3 - 7 \quad \text{and} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -6$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Find value of b ifاوجد قيمة b حيث

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(2)}{h} = 10 \quad \text{and} \quad f(x) = 2x^4 + bx + 3$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 If

لتكن

$$f'(4) = 6 \quad \text{find} \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{\sqrt{x} - 2} \quad \text{اوجد}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

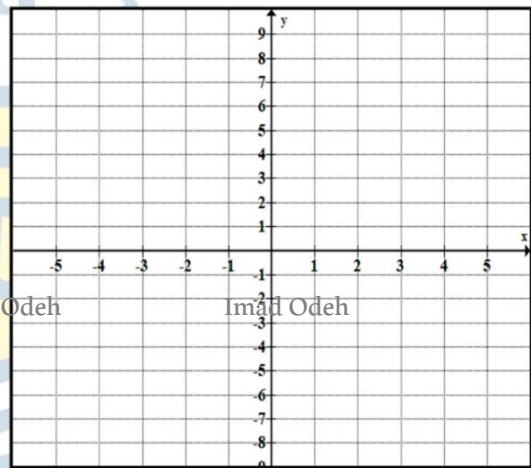
Imad Odeh

Imad Odeh

Q8 Sketch the graph of a function with the following properties:

تمرين ارسم بيان الدالة والتي لها الخصائص التالية

$$f(0) = 1, f(1) = 0, f(3) = 6, \\ f'(0) = 0, f'(1) = -1 \text{ and } f'(3) = 4$$



Imad Odeh

Imad Odeh

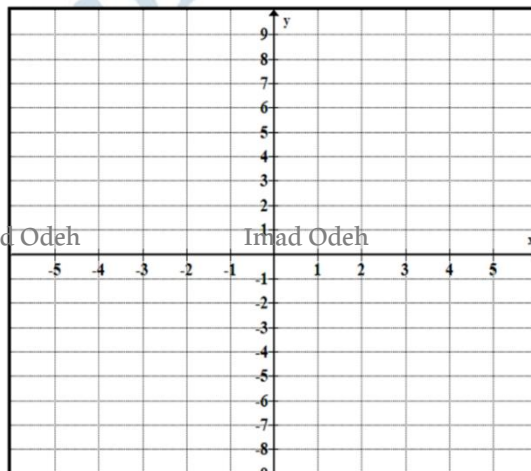
Imad Odeh

Imad Odeh

Ex Sketch the graph of a function with the following properties:

تمرين ارسم بيان الدالة والتي لها الخصائص التالية

$$f(-2) = 4, f(0) = -2, f(2) = 1, \\ f'(-2) = -2, f'(0) = 2 \text{ and } f'(2) = 1$$



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

المشتقات العليا Higher Order Derivatives

Order	Prime Notation	Leibniz Notation
1	$y' = f'(x)$	$\frac{df}{dx}$
2	$y'' = f''(x)$	$\frac{d^2 f}{dx^2}$
3	$y''' = f'''(x)$	$\frac{d^3 f}{dx^3}$
4	$y^{(4)} = f^{(4)}(x)$	$\frac{d^4 f}{dx^4}$
5	$y^{(5)} = f^{(5)}(x)$	$\frac{d^5 f}{dx^5}$

Solved Example If

مثال محلول إذا كان

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 1$$

Compute as many derivatives as possible.

اوجد المشتقات العليا الممكنة

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 1$$

$$f'(x) = 12x^3 - 4x$$

$$f''(x) = 36x^2 - 4$$

$$f'''(x) = 72x$$

$$f^{(4)}(x) = 72$$

$$f^{(5)}(x) = 0$$

Q1 Compute the indicated derivative.

اوجد المشتقة المشار اليها

1) $f'''(t)$ for $f(t) = t^4 + 3t^2 - 2$

2) $f'''(t)$ for $f(t) = 4t^2 - 12 + \frac{4}{t^2}$

3) $\frac{d^2 f}{dx^2}$ for $f(x) = 2x^4 - \frac{3}{\sqrt{x}}$

4) $\frac{d^2 f}{dx^2}$ for $f(x) = x^6 - \sqrt{x}$

Q2 Compute the indicated derivative.

اوجد المشتقة المشار اليها

5) $f^5(x)$ for $f(x) = x^{10} - 3x^4 + 2x - 1$

6) $f(x) = 2x^3 - \frac{3}{x}$ find $\frac{d^2f}{dx^2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

7) $f(x) = -x^{-2} - 4x^4$ find $f^{(4)}(x)$

8) $f'''(x)$ for $f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x - 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

التسارع Acceleration

$$a(t) = v'(t) = \frac{dv}{dt}$$

Solved example: Suppose that the height of a skydiver t seconds after jumping from an airplane is given by.

مثال محلول افرض ان ارتفاع مظلي يعطى بالعلاقة

$$f(t) = 640 - 20t - 16t^2 \text{ feet}$$

Find the person's acceleration at time t .

اوجد تسارع المظلي في أي وقت t

$$f(t) = 640 - 20t - 16t^2$$

$$v = f'(t) = -20 - 32t$$

$$a = f''(t) = -32$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 Use the given position function to find the velocity and acceleration function

استخدم دالة الموقع لحساب دالة السرعة والتسارع

1) $s(t) = 2\sqrt{t} + 2t^2$

2) $s(t) = -4.9t^2 - 12t - 3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $h(t) = 10 - \frac{10}{t}$

4) $s(t) = \frac{4}{t}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 The function

لتكن الدالة

$$h(t) = 10t^2 - 24t$$

represent the height of an object. Compute the velocity and acceleration at time $t = 1$

تمثل ارتفاع جسم اوجد التسارع عندما $t = 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Compute velocity and acceleration at time $t = t_0$. Is the object going up or down?

احسب السرعة والتسارع عند الزمن المعطى ثم حدد فيما إذا كان الجسم يتحرك للأسفل أم لا

1) $h(t) = -16t^2 + 40t + 5, t_0 = 1$

2) $h(t) = 10t^2 - 24t, t_0 = 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $s(t) = -16t^2 + 40t + 10$

4) $s(t) = -9.8t^2 - 22t + 6$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

حساب المشتقات العليا لدالة عند نقطة معطاة

Q4 Compute the indicated derivative.

احسب المشتقة عند النقطة المعطاة

1) $f(x) = x^4 + 3x^2 - 2$ find $f''\left(\frac{1}{6}\right)$

2) $f(x) = 2x - x^5 + 1$ find $f'''(-1)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

ربط المشتقة الثانية بمفهوم وتعريف المشتقة

Q5 if

لتكن

1)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f'(2)}{x - 2} = 5 \quad \text{find } f''(2)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 if

لتكن

$$f(x) = x^4 - 5x^2 \quad \text{find} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f'(2)}{x - 2} \quad \text{اوجد}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 if

لتكن

$$f'(4) = 6 \quad \text{find} \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{\sqrt{x} - 2}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q8 if

لتكن

$$f(x) = ax^3 + 3x^2 - 2x + 3 \quad \text{and} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x) - f'(3)}{x - 3} = -12$$

Find value of a اوجد قيمة a

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

مفهوم اقصى ارتفاع

Q1 A ball is thrown upward then moves according to the relation

قذفت كرة الى الأعلى حسب العلاقة التالية

$$S(t) = 56t - 4t^2$$

Where t in seconds and S in meters. What is the **maximum** height the ball can reach?

اوجد اقصى ارتفاع تصل اليه الكرة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 A ball is thrown upward then moves according to the relation

قذفت كرة الى الأعلى حسب العلاقة التالية

$$S(t) = 48t - 4t^2$$

Where t in seconds and S in meters. What is the **maximum** height the ball can reach?

اوجد اقصى ارتفاع تصل اليه الكرة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 A ball is thrown upward then moves according to the relation

قذفت كرة الى الأعلى حسب العلاقة التالية

$$S(t) = 16t - 4t^2$$

Where t in seconds and S in meters. What is the **maximum** height the ball can reach?

اوجد اقصى ارتفاع تصل اليه الكرة

Imad Odeh

Imad Odeh

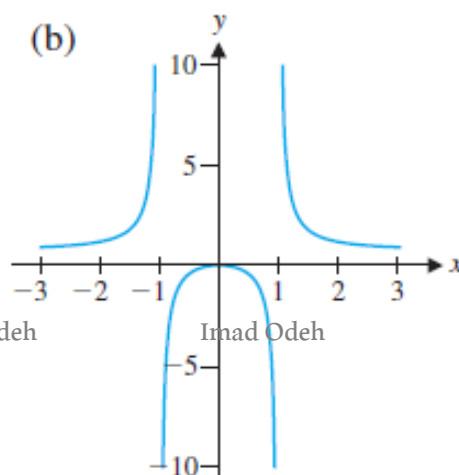
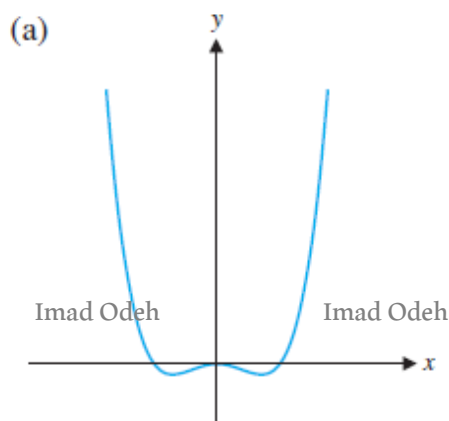
Imad Odeh

Imad Odeh

رسم المشتقة الثانية باستخدام بيان الدالة الاصلية

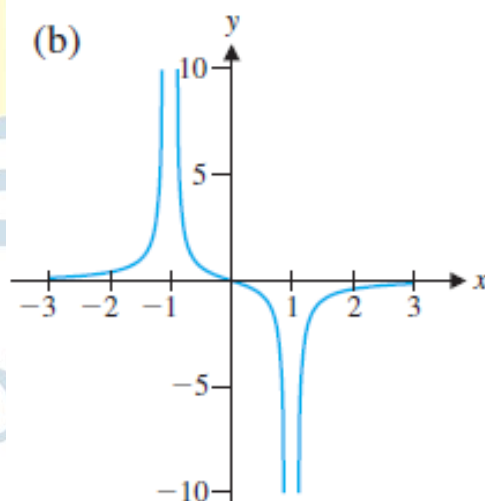
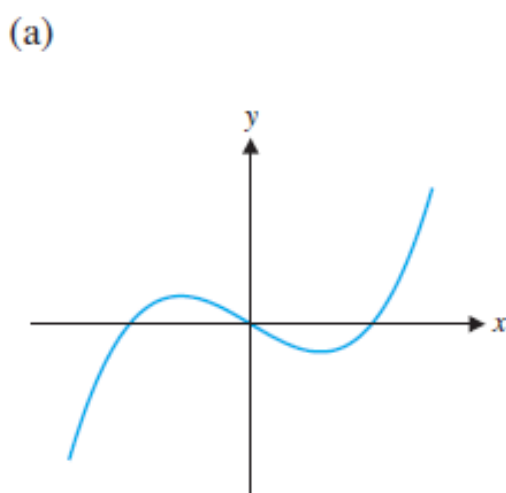
Q1 Use the graph of f to sketch a graph of f''

اعتمد على الرسم البياني للدالة f لرسم بيان الدالة f''



Q2 Use the graph of f to sketch a graph of f''

اعتمد على الرسم البياني للدالة f لرسم بيان الدالة f''



Imad Odeh

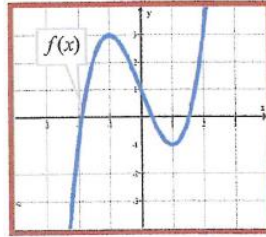
Imad Odeh

Imad Odeh

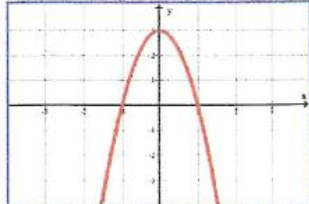
Imad Odeh

Q3 Given the graph of f sketch a plausible graph of f''

استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان مشتقتها f''

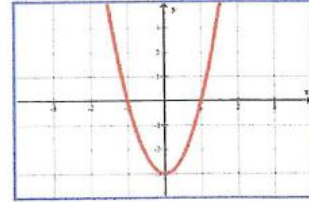


a)



Imad Odeh

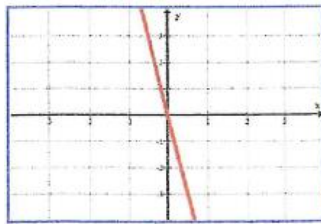
b)



Imad Odeh

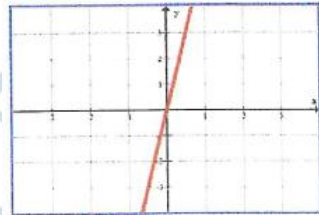
Imad Odeh

c)



Imad Odeh

d)



مسائل ربط المشتقة بمفهوم ميل المماس وزاوية الميل

Q1 Determine the value(s) of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal

حدد قيم x التي يكون عندها المماس افقيا

1) $f(x) = x^3 - 3x + 1$

2) $f(x) = x^4 - 4x + 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(x) = 3x^4 - 6x^2 + 1$

4) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Determine the value(s) of x for which the tangent line to $y = f(x)$ intersects the x -axis at a 45° angle.

حدد قيم x التي يصنع عندها مماس الدالة $y = f(x)$ مع محور 45° زاوية مقدارها

1) $f(x) = x^3 - 3x + 1$

2) $f(x) = x^4 - 4x + 2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Determine the value(s) of x for which the tangent line to $y = f(x)$ intersects the x -axis at a 30° angle.

حدد قيم x التي يصنع عندها مماس الدالة $y = f(x)$ زاوية مقدارها 30° مع محور x

1) $y = x^3 - 3x + 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Find all values of x for which the tangent lines to the two curves are parallel

اوجد جميع قيم x والتي يكون عندها المماس لكل من المنحنيين التاليين متوازيًا

$$y = x^3 + 2x + 1 \text{ and } y = x^4 + x^3 + 3$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Find all values of x for which the tangent lines to the two curves are perpendicular

اوجد جميع قيم x والتي يكون عندها المماس لكل من المنحنيين التاليين متعامدان

$$y = x^3 + 2x + 1 \text{ and } y = x^4 + x^3 + 3$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Find a second-degree polynomial of the form

اوجد دالة من الدرجة الثانية

$$ax^2 + bx + c \text{ a}$$

such that

$$f(0) = -2, f'(0) = 2 \text{ and } f''(0) = 3$$

بحيث ان

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 Find a second-degree polynomial of the form

اوجد دالة من الدرجة الثانية

$$ax^2 + bx + c \text{ a}$$

such that

$$f(0) = 0, f'(0) = 5 \text{ and } f''(0) = 1.$$

بحيث ان

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

إيجاد الصيغة العامة للمشتقة من الرتبة n

Q Find a general formula for the n th derivative $f^n(x)$ for

اوجد الصيغة العامة للمشتقة النونية للدالة

1) $f(x) = \sqrt{x}$

2) $f(x) = \frac{2}{x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

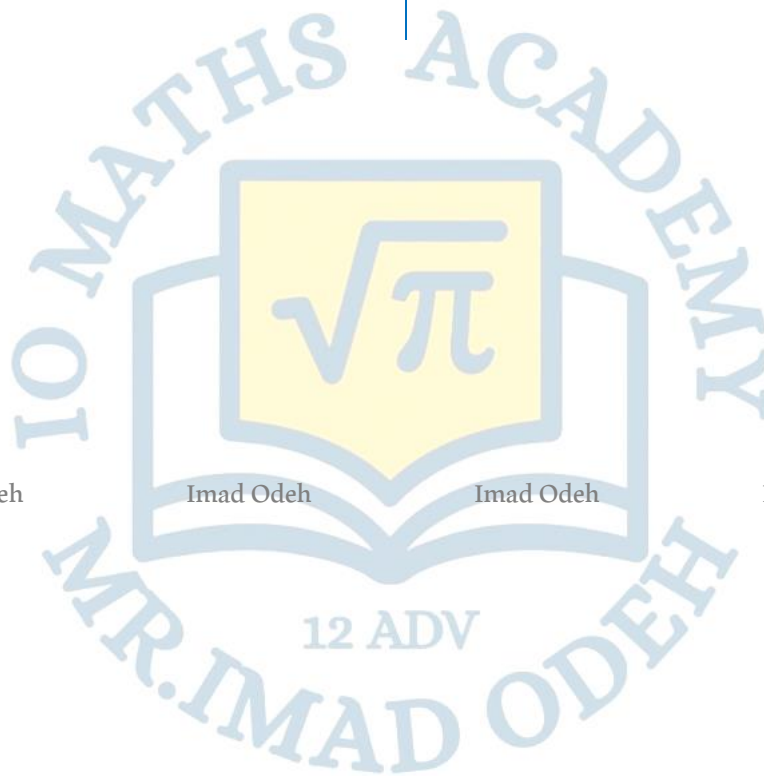
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



Lesson 2.4
THE PRODUCT AND QUOTIENT RULES
قواعد الضرب والقسمة

	Function	Derivative
Product Rule	$y = f(x)g(x)$	$\frac{dy}{dx} = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
Quotient Rule	$y = \frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

Solved Example

Find $f'(x)$

مثال محلول

Find $f'(x)$ اوجد

$$f(x) = (2x^4 - 3x + 5)(x^2 - 5)$$

Solution

$$f'(x) = (8x^3 - 3)(x^2 - 5) + (2x^4 - 3x + 5)(2x)$$

$$f'(x) = (8x^5 - 40x^3 - 3x^2 + 15) + (4x^5 - 6x^2 + 10x)$$

$$f'(x) = (12x^5 - 40x^3 - 9x^2 + 10x + 15)$$

Q1 Find the derivative of each function

اوجد مشتقة كل مما يلي

1) $f(x) = (x^2 + 3)(x^3 - 3x + 1)$

2) $f(x) = (x^3 - 2x^2 + 5)(x^4 - 3x^2 + 2)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $h(t) = t(\sqrt[3]{t} + 3)$

4) $f(x) = (2x^4 - 3x + 5)\left(x^2 - \sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $f(x) = (\sqrt{x} + 3x)\left(5x^2 - \frac{3}{x}\right)$

6) $f(x) = \left(x^{\frac{3}{2}} - 4x\right)\left(x^4 - \frac{3}{x^2} + 2\right)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12><http://www.youtube.com/@imaths2022>

Solved example

Find $f'(x)$

مثال محلول

اوجد $f'(x)$

$$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^3 + 1}$$

Solution

$$f'(x) = \frac{2x(x^3 + 1) - (x^2 - 2)(3x^2)}{(x^3 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^4 + 2x - 3x^4 + 6x^2}{(x^3 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-x^4 + 6x^2 + 2x}{(x^3 + 1)^2}$$

Q2 Find the derivative of each function

1) $f(x) = \frac{3x - 2}{5x + 1}$

2) $f(x) = \frac{x^2 - 2}{2x + 3}$

3) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 + 5x}$

4) $g(t) = \frac{t^2 + 2t + 5}{t^2 - 5t + 1}$

Q2 Find the derivative of each function

5) $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 2}{\sqrt{x}}$

6) $f(x) = \frac{6x - \frac{2}{x}}{x^2 + \sqrt{x}}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

7) $f(x) = \frac{(x+1)(x-2)}{x^2 - 5x + 1}$

8) $f(x) = \frac{6x}{\sqrt{x} + 1}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 if

إذا كان

$$g(2) = 3 \text{ and } g'(2) = -1,$$

What is the value of

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{g(x)}{x^2} \right) \text{ at } x = 2 ?$$

اوجد قيمة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 if

إذا كان

$$f(2) = 2 \text{ and } f'(2) = 1$$

$$h(x) = \frac{x^2}{f(x)}$$

What is the value of

$$h'(2)$$

اوجد قيمة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 if

لنكن

$$h(x) = \frac{f(x)}{2x^2 + 1}, \quad f(1) = 1, \quad f'(1) = -2$$

find

$$h'(1)$$

اوجد

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 If f and g are differentiable functions andلنكن الدالتان g, f قابلتان للاشتقاق وكان

$$h(x) = f(x) \cdot g(x), \quad f(0) = 1, \quad f'(0) = -2, \quad g(0) = 3, \quad g'(0) = 4$$

find

$$h'(0)$$

اوجد

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 If f and g are differentiable functions andلنكن الدالتان g, f قابلتان للاشتقاق وكان

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, \quad f(2) = -1, \quad f'(2) = 3, \quad g(2) = 2, \quad g'(2) = 5$$

find

$$h'(5)$$

اوجد

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q8 If

لنكن

$$f(x) = e^x g(x), \quad g(0) = 0, \quad g'(0) = 3,$$

find

$$f'(5)$$

اوجد

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12><http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q9 If

لنكن

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 4, f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2, g(x) = \frac{\cos x}{f(x)}$$

find

$$g'\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

اوجد

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q10 assume that f and g are differentiable withلنكن الدالتان g, f قابلتان للاشتقاق وكان

$$f(0) = -1, f(1) = -2, f'(0) = -1, f'(1) = 3 \quad g(0) = 3, g(1) = 1, g'(0) = -1, g'(1) = -2$$

Find

اوجد

1) $h(x) = f(x)g(x)$ at $x = 0$

2) $h(x) = f(x)g(x)$ at $x = 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, at $x = 0$

4) $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, at $x = 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $h(x) = x^2 f(x)$; at $x = 0$

6) $h(x) = x^2 f(x)$; at $x = 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

7) $h(x) = \frac{x^2}{g(x)}$; at $x = 0$

8) $h(x) = \frac{x^2}{g(x)}$; at $x = 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الاستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12><http://www.youtube.com/@imaths2022>

مسائل المماس

Q1 Find an equation of the tangent line to

اوجد معادلة المماس للدالة

1) $y = (x^4 - 3x^2 + 2x)(x^3 - 2x + 3)$ at $x = 0$

2) $y = (x^2 + 2x)(x^4 + x^2 + 1)$ at $x = 0$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $y = \frac{x+1}{x+2}$ at $x = 0$

4) $y = \frac{x+3}{x^2+1}$ at $x = 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

أسئلة تطبيقية

Q1

Suppose that a product currently sells for AED25, with the price increasing at the rate of AED2 per year. At this current price, consumers will buy 150 thousand items, but the number sold is decreasing at the rate of 8 thousand per year. At what rate is the total revenue changing? Is the total revenue increasing or decreasing?

افترض ان سعر بيع منتج في الوقت الحالي AED25 مع زيادة في السعر بمعدل AED2 في العام فاذا بلغت المبيعات عند هذا السعر 150 ألف قطعة وكانت المبيعات تنخفض بمعدل 8 الالف قطعة في العام. اوجد معدل تغير اليراد الاجمالي هل يتزايد اليراد الاجمالي ام يتناقص

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2

تمرين

Suppose the price of an object is **AED20** and **20,000** units are sold. If the price increases at a rate of **AED1.25** per year and the quantity sold increases at a rate of **2000** per year, at what rate

للقطعة حيث بلغت **AED20** افرض ان سعر احدى السلع المبيعات **20000** قطعة فاذا كان السعر يزداد بمعدل في العام وتزداد الكمية المباعة بمعدل **AED1.25 2000** قطعة في العام فبأي معدل سيزداد الايراد

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3

تمرين

Suppose the price of an object is **AED14** and **12,000** units are sold. The company wants to increase the quantity sold by **1200** units per year, while increasing the revenue by **AED20,000** per year. At what rate would the price have to be increased to reach these goals?

افرض ان سعر احدى السلع **AED14** للقطة حيث بلغت المبيعات **12000** قطعة تريد الشركة زيادة كمية المبيعات بمقدار **1200** قطعة في العام مع زيادة الإيرادات بمقدار **AED20000** في العام فما المعدل الذي يتعين زيادة السعر به لتحقيق هذين الهدفين

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4

تمرين

Revenue equals price times quantity. Suppose that the current price is **2.4 AED** and **12,000** items are sold at that price. If the price is increasing at the rate of **10** cents per year and the quantity sold decreases at the rate of **1500** items per year, at what rate is the revenue changing?

افرض ان سعر احدى السلع **AED2.4** للقطة حيث بلغت المبيعات **12000** قطعة فاذا كان السعر يزداد بمعدل **10** فلسات في العام وتقل الكمية المباعة بمعدل **1500** قطعة في العام فبأي معدل سيزداد الايراد

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2.5 THE CHAIN RULE

THEOREM 5.1 (Chain Rule)

If g is differentiable at x and f is differentiable at $g(x)$, then

$$\frac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x)) g'(x).$$

Solved example

مثال محلول

Differentiate

اوجد المشتقة

1) $y = (x^2 + 1)^2$

2) $y = (x^3 + x - 1)^5$

$$\frac{dy}{dx} = 2(x^2 + 1)(2x)$$

$$\frac{dy}{dx} = 5(x^3 + x - 1)^4(3x^2 + 1)$$

$$\frac{dy}{dx} = 4x(x^2 + 1)$$

$$\frac{dy}{dx} = 5(3x^2 + 1)(x^3 + x - 1)^2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

قواعد خاصة

Function	Derivative
$y = \sqrt{f(x)}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$y = \frac{a}{f(x)}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-af'(x)}{(f(x))^2}$

Q1 Find the derivative

اوجد مشتقة

1) $f(x) = \sqrt{3x + 1}$

2) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 5}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(x) = \frac{3}{x+2}$

4) $f(x) = \frac{3}{x^2+5}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Compute the derivative of

اوجد المشتقة

1) $\frac{d}{dt}(\sqrt{100+8t})$

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $y = (x^3 - 1)^2$

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $y = (x^2 - 5x + 1)^4$

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $f(x) = x^3\sqrt{4x+1}$

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $f(x) = \frac{8x}{(x^3+1)^2}$

6) $f(x) = (\sqrt{x^2+4} - 3x^2)^{\frac{3}{2}}$

7) $f(x) = \sqrt{x^2+4}$

Imad Odeh

Imad Odeh

8) $f(t) = t^5\sqrt{t^3+2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

9) $f(x) = (x^4+2)\sqrt{x^2+1}$

Imad Odeh

Imad Odeh

10) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 find an equation of the tangent line to the graph of $y = f(x)$ at $x = a$.

أوجد معادلة المماس للدالة

1) $f(x) = \sqrt{x+3}$ at $x = -2$

2) $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$ $a = 3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(x) = \frac{2}{x+1}$ $x = 1$

4) $f(x) = \frac{6}{x^2 + 4}$ $a = -2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Use the position function to find the velocity at time $t = 2$.

استخدم دالة الموقع لإيجاد السرعة عندما $t = 2$

1) $s(t) = \sqrt{t^2 + 8}$

2) $s(t) = \frac{60t}{\sqrt{t^2 + 1}}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

استخدم دالة الموقع لإيجاد دالة التسارع

Q5 Use the position function to find the Acceleration function

1) $s(t) = \sqrt{4t + 16} - 4$

2)

$$s(t) = \frac{5t}{\sqrt{t^2 + 3}}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Given that the function

لتكن

$$h(x) = f(g(x))$$

$$f(2) = 1, f'(2) = -1, f'(3) = -3, g(2) = 3, g'(1) = 2, g'(2) = 4$$

Find

$$h'(2)$$

اوجد

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 Given that the function

لتكن

$$h(x) = f(g(x))$$

$$f(1) = 3, f'(1) = 4, f'(2) = 3, g(1) = 2, g'(1) = -2, g'(3) = 5$$

Find

$$h'(1)$$

اوجد

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q8 Given that the function

لتكن

$$h(x) = f(g(x))$$

$$f'(3) = 3, f'(2) = -1, f(2) = 2, g(2) = 2, g'(1) = 5, g'(2) = -2$$

Find

$$h'(2)$$

اوجد

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q9 Given the following table of values, find the indicated derivatives in (a) and (b).

اعتمد على الجدول التالي في الإجابة عما يليه

x	$f(x)$	$f'(x)$
2	1	7
8	5	-3

Find

اوجد

1) $g'(2)$, where $g(x) = [f(x)]^3$

2) $h'(2)$, where $h(x) = f(x^3)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q10 Find the derivative where f is an unspecified differentiable function.

اوجد المشتقة لاي دالة f والقابلة للاشتقاق

1) $f(\sqrt{x})$

2) $\sqrt{f(x)}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $1 + f(x^2)$

4) $[1 + f(x)]^2$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q11 If

لنكن

$$h'(x) = n\sqrt{h(x)} \text{ where } n > 0$$

$$h''(x) = 9$$

and

وكانت

at a given point x

عند نقطة معطاة

find the value of n

اوجد قيمة n

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q12 If

لتكن

$$h'(x) = n\sqrt{h(x)} \text{ where } n > 0$$

$$h''(x) = 18$$

and

وكانت

at a given point x

عند نقطة معطاة

find the value of n اوجد قيمة n

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q13 Find

 $h'(1)$

اوجد

$$h(x) = (x^9 + f(x))^{-2}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

THEOREM 5.2

If f is differentiable everywhere on its domain and has an inverse function $g = f^{-1}$, then

$$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))},$$

for all x in the domain of g , provided $f'(g(x)) \neq 0$.

Q1 Given that the function

لتكن الدالة

$$f(x) = x^5 + 3x^3 + 2x + 1$$

has an inverse function g , compute $g'(7)$

لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(7)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Given that

لتكن الدالة

$$f(x) = x^3 + 5x + 6$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(6)$ لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(6)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Given that

لتكن الدالة

$$f(x) = x^3 + 4x - 1$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(-1)$ لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(-1)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Given that

لتكن الدالة

$$f(x) = x^5 + 4x - 2$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(-2)$ لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(-2)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Given that

لتكن الدالة

$$f(x) = x^3 + 2x + 1$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(-2)$ لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(-2)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Given that

لتكن الدالة

$$f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(2)$ لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(2)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q7 Given that

لتكن الدالة

$$f(x) = x^5 + 2x^3 - 1$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(2)$ لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(2)$

Imad Odeh

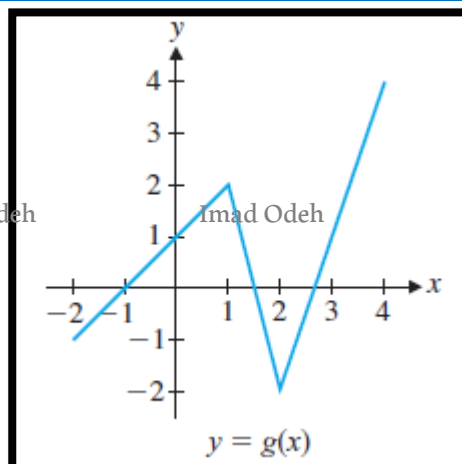
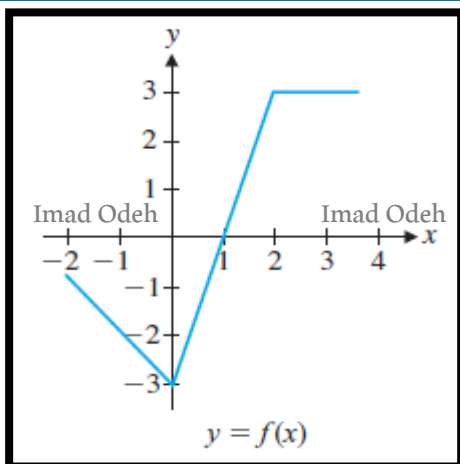
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q9 use the graphs to find the derivative of the composite function at the point, if it exists.

اعتمد على الرسم التالي لإيجاد مشتقة الدالة المركبة عند النقطة المعطاة



1) $f(g(x))$ at

a) $x = 0$

b) $x = 1$

c) $x = 3$

2) $g(f(x))$ at

a) $x = 0$

b) $x = 1$

c) $x = 3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

مشتقة الدوال المثلثية

2.6 DERIVATIVES OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

Function	Derivative
$y = \sin x$	$\frac{dy}{dx} = \cos x$
$y = \cos x$	$\frac{dy}{dx} = -\sin x$
$y = \tan x$	$\frac{dy}{dx} = \sec^2 x$
$y = \sec x$	$\frac{dy}{dx} = \sec x \tan x$
$y = \cot x$	$\frac{dy}{dx} = -\csc^2 x$
$y = \csc x$	$\frac{dy}{dx} = -\csc x \cot x$
$y = \sin g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \cos g(x) \cdot g'(x)$
$y = \cos g(x)$	$\frac{dy}{dx} = -\sin g(x) \cdot g'(x)$
$y = \tan g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \sec^2 g(x) \cdot g'(x)$
$y = \sec g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \sec g(x) \tan g(x) \cdot g'(x)$
$y = \csc g(x)$	$\frac{dy}{dx} = -\csc g(x) \cot g(x) \cdot g'(x)$
$y = \cot g(x)$	$\frac{dy}{dx} = -\csc^2 g(x) \cdot g'(x)$

Solved example Find the derivative of.

مثال محلول اوجد مشتقة

1) $f(x) = x^5 \cos x$

$$f'(x) = 5x^4 \cos x + x^5(-\sin x)$$

$$f'(x) = 5x^4 \cos x - x^5 \sin x$$

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $f(x) = \sin^2 x$

$$f'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x$$

ومن الممكن استخدام المتطابقات المثلثية للتبسيط

$$f'(x) = \sin 2x$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 find the derivative of each function.

اوجد مشتقة كل مما يأتي

1) $g(x) = 4 \tan x - 5 \csc x$.

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $f(x) = \cos x^3$

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $g(x) = \cos^3 x$

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $h(x) = \cos 3x$.

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $f(x) = 4 \sin 3x - x$

Imad Odeh

Imad Odeh

6) $f(x) = 4x^2 - 3 \tan 2x$

Imad Odeh

Imad Odeh

7) $f(x) = \cos \frac{1}{x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

8) $f(x) = \sin^3 (\cos \sqrt{x^3 + 2x^2})$

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 find the derivative of each function.

اوجد مشتقة كل مما يأتي

9) $g(x) = \tan^3 2t - \csc^4 3t.$

10) $f(x) = 4 \sin^2 3x + 4 \cos^2 3x$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

11) $f(x) = 4x^2 \sin x \sec x$

12) $f(x) = \sin\left(\frac{2x}{x+1}\right)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

13) $f(x) = \frac{1}{\sin 4x}$

14) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{x^2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

15) $f(x) = \tan 3x - \csc^2 x$ find $f'(x)$

16) $f(x) = \sqrt{\tan(x^3 + 2x)}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

17) $f(x) = \sin^2(\tan x)$

18) $f(x) = \frac{x^2}{\csc^2 2x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 find the derivative of each function.

اوجد مشتقة كل مما يأتي

19) $f(t) = t \csc t$

20) $f(x) = x^2 \sin x$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

21) $f(x) = \tan \sqrt{x}$

22) $f(t) = \sin 3t \cos 4t$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find

اوجد

1) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin 2(x+h) - \sin 2x}{h}$

2) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x) - \sin(\frac{\pi}{3})}{x - \frac{\pi}{3}}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

أسئلة معادلة المماس

Equation of tangent line

Q1 Find an equation of the tangent line to أوجد معادلة المماس للدالة عند النقطة المعطاة

1) $y = \sin 2x$ at $x = 0$

2) $y = \cos x$ at $x = \frac{\pi}{6}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $y = \tan 3x$ at $x = 0$

4) $y = x^2 \cos x$ at $x = \frac{\pi}{2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $y = x \sin x$ at $x = \frac{\pi}{2}$

6) $y = 3 \tan x - 2 \csc x$ at $x = \frac{\pi}{3}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

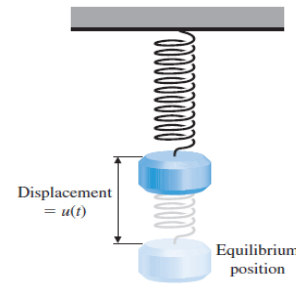
Imad Odeh

أسئلة السرعة والتسارع

Velocity and Acceleration

EXAMPLE

Suppose that $u(t)$ measures the displacement (measured in inches) of a mass suspended from a spring t seconds after it is released and that



$$u(t) = 4 \cos 2t.$$

Find the velocity at any time t and determine the maximum velocity.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Use the position function to find the velocity at time $t = t_0$. Assume units of feet and seconds.

لتكن $s(t)$ دالة الموقع لجسم متحرك اوجد سرعة الجسم عند الزمن المعطى

1) $s(t) = t^2 - \sin 2t$ at $t_0 = 0$

2) $s(t) = 4 + 3 \sin t$ at $t_0 = \pi$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $s(t) = \frac{\cos t}{t}$ at $t_0 = \pi$

4) $s(t) = t \cos(t^2 + \pi)$ at $t_0 = 0$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

مسائل المشتقات العليا Higher order derivative

Q1 Find the indicated derivative

اوجد المشتقة المشار اليها

$$f''(x) \text{ for } f(x) = \tan 2x$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find the indicated derivative

اوجد المشتقة المشار اليها

$$f^{(26)}(x) \text{ for } f(x) = \sin 3x$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find the indicated derivative

اوجد المشتقة المشار اليها

$$f^{(70)}(x) \text{ for } f(x) = \cos 3x.$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

2.7 DERIVATIVES OF EXPONENTIAL AND LOGARITHMIC FUNCTIONS

Function	Derivative
$y = a^x$	$\frac{dy}{dx} = a^x \ln a$
$y = e^x$	$\frac{dy}{dx} = e^x$
$y = \ln x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$
$y = a^{g(x)}$	$\frac{dy}{dx} = a^{g(x)} \cdot g'(x) \ln a$
$y = e^{g(x)}$	$\frac{dy}{dx} = e^{g(x)} \cdot g'(x)$
$y = \ln g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{g'(x)}{g(x)}$

DERIVATIVES OF EXPONENTIAL FUNCTIONS

مشتقة الدوال الاسية

Solved example Find the derivative of

مثال محلول اوجد المشتقة

1) $f(x) = 3e^{x^2}$

$$f'(x) = 3e^{x^2} (2x)$$

$$f'(x) = 6xe^{x^2}$$

2) $g(x) = xe^{\frac{2}{x}}$

$$g'(x) = e^{\frac{2}{x}} \cdot x e^{\frac{2}{x}} \left(-\frac{2}{x^2}\right)$$

$$g'(x) = -\frac{2}{x} e^{\frac{4}{x}}$$

3) $h(x) = 3^{2x^2}$

$$h'(x) = 3^{2x^2} \ln 3 (4x)$$

Q1 differentiate each function.

اشتق كل مما يلي

1) $f(x) = x^3 e^x$

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $f(x) = e^{2x} \cos 4x$

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(x) = 2e^{4x+1}$

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $f(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^x$

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $f(u) = e^{u^2+4u}$

Imad Odeh

Imad Odeh

6) $f(u) = 3e^{\tan u}$

Imad Odeh

Imad Odeh

7) $f(w) = \frac{e^{4w}}{w}$

Imad Odeh

Imad Odeh

8) $f(w) = \frac{w}{e^{6w}}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 differentiate each function.

اشتق كل مما يلي

1) $f(t) = t + 2^t$

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $f(t) = t4^{3t}$

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $h(x) = 4^{-x^2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $h(x) = 2^{e^x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

6) $f(x) = \frac{e^x}{2^x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Derivative of the Natural Logarithm

مشتقة الدوال اللوغاريتمية

Solved example Find the derivative of

مثال محلول اوجد المشتقة

1) $f(x) = x \ln x$

$$f'(x) = \ln x + x \left(\frac{1}{x}\right)$$

$$f'(x) = \ln x + 1$$

2) $g(x) = \ln x^3$

$$g'(x) = \frac{3x^2}{x^3} = \frac{3}{x}$$

3) $h(x) = \ln(x^2 + 1).$

$$h'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 differentiate each function.

اشتق كل مما يلي

1) $f(x) = \ln 2x$

2) $f(x) = \ln \sqrt{8x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(t) = \ln (t^3 + 3t)$

4) $f(t) = t^3 \ln t$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $g(x) = \ln (\cos x)$

6) $g(x) = \cos x \ln (x^2 + 1)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

7) $f(x) = \ln \sqrt{\sin 4x}$

8) $f(x) = \sqrt{\ln x + 1}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 differentiate each function.

اشتق كل مما يلي

1) $f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $g(t) = \frac{\ln \sqrt{t}}{t}$

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $h(x) = e^x \ln x$

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $f(x) = e^{\ln x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $h(x) = 2^{e^x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

6) $f(x) = \frac{e^x}{2^x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

7) $f(x) = \ln(\sin x)$

Imad Odeh

Imad Odeh

8) $f(t) = \ln(\sec t + \tan t)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 differentiate each function.

اشتق كل مما يلي

1) $f(x) = \sqrt[3]{e^{2x}x^3}$

2) $f(w) = \sqrt[3]{e^{2w} + w^3}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $y = e^{\sqrt{x^2+1}}$

4) $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x^3+1}}}{2x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $y = e^{\tan(x^2+1)}$

6) $y = e^{\sqrt{3x}}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Find

اوجد

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} [\ln(e+h) - 1]}{h} =$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

أسئلة معادلة المماس Tangent line Equation

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 Find an equation of the tangent line to

اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة

1) $f(x) = 3e^{x^2}$

2) $f(x) = 3e^x$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(x) = x^2 \ln x$

4) $f(x) = 2 \ln x^3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find all values of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal.اوجد جميع قيم x والتي يكون لمنحنى الدالة عندها مماسا افقيا

$$f(x) = xe^{-2x}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find all values of x for which the tangent line to $y = f(x)$ is horizontal.

أوجد جميع قيم x والتي يكون لمنحنى الدالة عندها مماسا أفقيا

$$f(x) = x^2 e^{-3x}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Use the position function to find the Acceleration function

استخدم دالة الموقع لإيجاد دالة التسارع

$$s(t) = -10e^{-2t} \sin 4t$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Given

لتكن

$$f(x) = \frac{x}{e^x}$$

$$f^{(n)}(x)$$

Find

أوجد

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q8 Given that

لتكن الدالة

$$f(x) = e^{x^3+2x}$$

has an inverse function $g(x)$ determine $g'(1)$ لها دالة معكوسة هي g اوجد $g'(1)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

مسائل تطبيقية

EXAMPLE

If the value of a 100-dollar investment doubles every year, its value after t years is given by $v(t) = 100 \cdot 2^t$.

Find the instantaneous percentage rate of change of the value.

إذا تضاعفت قيمة استثمار بقيمة 100 دولار كل عام، فإن قيمته بعد t سنوات تُعطى بالعلاقة $v(t) = 100 \cdot 2^t$. أوجد النسبة المئوية اللحظية لتغير القيمة.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 The value of an investment at time t is given by $v(t)$. Find the instantaneous percentage rate of change.

إذا كانت قيمة الاستثمار في الزمن t تُعطى بالعلاقة $v(t)$. أوجد النسبة المئوية للمعدل اللحظي للتغير.

1) $v(t) = 100 \cdot 3^t$.

2) $v(t) = 100 \cdot 4^t$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $v(t) = 40 \cdot e^{0.4t}$.

4) $v(t) = 60 \cdot e^{-0.2t}$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2

The value (in dollars) of an investment as a function of time (years) is given by $v(t) = 200\left(\frac{2}{3}\right)^t$. Find the instantaneous percentage rate of change of the value of the investment.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Solved example

The concentration c of a certain chemical after t seconds of an autocatalytic reaction is given by

$$c(t) = \frac{10}{9e^{-20t} + 1}$$

Show that $c'(t) > 0$ and use this information to determine that the concentration of the chemical never exceeds 10.

$$c'(t) = \frac{-10(-180e^{-20t})}{(9e^{-20t} + 1)^2}$$

$$c'(t) = \frac{1800e^{-20t}}{(9e^{-20t} + 1)^2} > 0$$

For all value of x موجبة لجميع قيم

مثال محلولة إذا كان تركيز محلول كيميائي بعد t ثانية يعطى بالعلاقة

بين ان $c'(t) > 0$ ثم استخدم هذه المعلومات في اثبات ان تركيز المحلول لن يتجاوز 10

لاثبات ان التركيز لن يزيد عن 10 نقوم بحساب النهاية عندما تقترب x من اللانهاية

To show that the concentration will not exceed 10 we need to find

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{10}{9e^{-20t} + 1} = \frac{10}{9(0) + 1} = 10$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 The concentration c of a certain chemical after t seconds of an autocatalytic reaction is given by

إذا كان تركيز محلول كيميائي بعد t ثانية يعطى بالعلاقة

$$c(t) = \frac{6}{2e^{-8t} + 1}$$

Show that $c'(t) > 0$ and use this information to determine that the concentration of the chemical never exceeds 6

بين ان $c'(t) > 0$ ثم استخدم هذه المعلومات في اثبات ان تركيز المحلول لن يتجاوز 6

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 The concentration c of a certain chemical after t seconds of an autocatalytic reaction is given by

إذا كان تركيز محلول كيميائي بعد t ثانية يعطى بالعلاقة

$$c(t) = \frac{10}{9e^{-10t} + 2}$$

Show that $c'(t) > 0$ and use this information to determine that the concentration of the chemical never exceeds 5.

بين ان $c'(t) > 0$ ثم استخدم هذه المعلومات في اثبات ان تركيز المحلول لن يتجاوز 5

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

التفاضل اللوغاريتمي

Logarithmic Differentiation

Solved example Find the derivative of

مثال محلولة اوجد مشتقة

$$f(x) = x^x, x > 0$$

$$\ln(f(x)) = \ln(x^x)$$

$$\ln(f(x)) = x \ln(x)$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \ln(x) + x \cdot \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = (\ln(x) + 1)f(x)$$

$$f'(x) = (\ln(x) + 1) \ln(x^x)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 Use logarithmic differentiation to find the derivative.

اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f(x) = x^{\sin x}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Use logarithmic differentiation to find the derivative.

اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f(x) = x^{4-x^2}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Use logarithmic differentiation to find the derivative.

اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f(x) = (\sin x)^x$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Use logarithmic differentiation to find the derivative.

اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f(x) = (x^2)^{4x}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Use logarithmic differentiation to find the derivative.

اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f(x) = x^{\ln x}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Use logarithmic differentiation to find the derivative.

اوجد مشتقة باستخدام التفاضل اللوغاريتمي

$$f(x) = x^{\sqrt{x}}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الاشتقاق الضمني ومشتقة معكوس الدوال المثلثية

3.8 IMPLICIT DIFFERENTIATION AND Inverse TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

$$\frac{d}{dx}g(y) = g'(y)y'(x).$$

Solved example Find $y'(x)$.

مثال محلولة اوجد $y'(x)$

1) $x^2 + y^3 - 2y = 3$

2) $x^2y^2 + 3y = 4x$

$$2x + 3y^2y' - 2y' = 0$$

$$3y^2y' - 2y' = 0 - 2x$$

$$y'(3y^2 - 2) = -2x$$

$$y' = -\frac{2x}{(3y^2 - 2)}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Find $y'(x)$.مثال محلول اوجد $y'(x)$

1) $3xy^3 - 4x = 10y^2$

2) $xy^2 - 3y^3 = x^2 + 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $xy^2 + 5x = (2y + 1)^2$

4) $\frac{x}{y} + \frac{2}{x} = 5$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $\sqrt{xy} - 4y^2 = 12$

6) $\sin xy = x^2 - 3$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Find $y'(x)$.مثال محلول اوجد $y'(x)$

1) $\frac{x+3}{y} = 4x + y^2$

2) $e^{x^2y} - e^y = x$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $xe^y - 3y \sin x = 1$

4) $x \cos(x+y) - y^2 = 8$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $e^{4y} - \ln(y^2 + 3) = 2x$

6) $e^{x^2}y - 3\sqrt{y^2 + 2} = x^2 + 1$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

مسائل معادلة المماس

مثال محلول اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $(2,1)$

Solved example Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(2, 1)$.

$$x^2 + y^3 - 2y = 3$$

$$2x + 3y^2y' - 2y' = 0$$

$$3y^2y' - 2y' = 0 - 2x$$

$$y'(3y^2 - 2) = -2x$$

$$y' = -\frac{2x}{(3y^2 - 2)}$$

$$y' = -\frac{2x}{(3y^2 - 2)}$$

$$m = -\frac{2(2)}{(3(1)^2 - 2)} = \frac{4}{1} = 4$$

$$m = 4$$

Equation of tangent line معادلة المماس

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$$y = 4(x - 2) + 1$$

$$y = 4x - 7$$

Q1 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(2, -2)$.

اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $(2, -2)$

$$x^2y^2 - 2x = 4 - 4y$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

12 ADV

Q2 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(2, 1)$.

اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $(2, 1)$

$$x^2 - 4y^3 = 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(1, 2)$.

اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $(1,2)$

$$x^2y^2 = 4x$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(2, 1)$.

اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $(2,1)$

$$x^2y^2 = 3y + 1$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(-1, -3)$.

اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $(-1,-3)$

$$x^3y^2 = -2xy - 3$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q6 Find $y'(x)$. Then, find the equation of the tangent line at the point $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$.
 اوجد $y'(x)$ ثم اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$

$$x^4 = 4(x^2 - y^2)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

المشتقات العليا
Higher order derivative

Q1 Find the second derivative $y''(x)$.
 اوجد المشتقة الثانية

$$y^2 + 2e^{-xy} = 6$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find the second derivative $y''(x)$.

اوجد المشتقة الثانية

$$x^2y^2 + 3x - 4y = 5$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find the second derivative $y''(x)$.

اوجد المشتقة الثانية

$$e^{xy} + 2y - 3x = \sin y$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q4 Find the second derivative $y''(x)$.

اوجد المشتقة الثانية

$$(y - 1)^2 = 3xy + e^{4y}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q5 Find the second derivative $y''(x)$.

اوجد المشتقة الثانية

$$(y - 1)^2 - e^{y+1} = 3x$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 Find the locations of all horizontal and vertical tangents

اوجد احداثيات جميع المماسات الافقية والعمودية

$$x^2 + y^2 - 3y = 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find the locations of all horizontal and vertical tangents

اوجد احداثيات جميع المماسات الافقية والعمودية

$$x^2 + y^2 - 3y = 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find all points where the tangent line to the curve is horizontal

اوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس افقي ل

$$x^2y^2 = 3y + 1$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3 Find all points where the tangent line to the curve is horizontal

اوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس افقي ل

$$x^2 + y^2 + 2y = 0$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Derivatives of the Inverse Trigonometric Functions

Function	Derivative
$y = \sin^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = \cos^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = \tan^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$
$y = \cot^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{1+x^2}$
$y = \sec^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{ x \sqrt{x^2-1}}, x > 1$
$y = \csc^{-1}x$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{ x \sqrt{x^2-1}}, x > 1$
$y = \sin^{-1}g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{g'(x)}{\sqrt{1-(g(x))^2}}$
$y = \cos^{-1}g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{-g'(x)}{\sqrt{1-(g(x))^2}}$
$y = \tan^{-1}g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{g'(x)}{1+(g(x))^2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Solved example Compute the derivative of

مثال محلول احسب المشتقة في كل مما يلي

$$f(x) = \cos^{-1}(3x^2)$$

$$f'(x) = \frac{-6x}{\sqrt{1 - (3x^2)^2}}$$

$$f'(x) = \frac{-6x}{\sqrt{1 - 9x^4}}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

$$f(x) = \tan^{-1}(x^3)$$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{1 + (x^3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{1 + x^6}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

$$f(x) = (\sec^{-1} x)^2$$

$$f'(x) = 2 \sec^{-1} x \cdot \frac{1}{|x|\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$f'(x) = \frac{2 \sec^{-1} x}{|x|\sqrt{x^2 - 1}}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 Find the derivative of

1) $f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1)$

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(x) = \cos^{-1}(x^2 + x)$

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)$

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find the derivative of

1) $f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$

Imad Odeh

Imad Odeh

2) $f(x) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

4) $f(x) = e^{\tan^{-1} x}$

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $f(x) = \sec^{-1}(x^4)$

Imad Odeh

Imad Odeh

6) $f(x) = \sec^{-1}(x^2 + 1)$

Imad Odeh

Imad Odeh

7) $\sin^{-1}(2x^2 + 1)$

Imad Odeh

Imad Odeh

8) $f(x) = \sin(\cos^{-1} x^2)$

Imad Odeh

Imad Odeh

2.10 THE MEAN VALUE THEOREM

نظرية القيمة المتوسطة

THEOREM 10.1 (Rolle's Theorem)

Suppose that f is continuous on the interval $[a, b]$, differentiable on the interval (a, b) and $f(a) = f(b)$. Then there is a number $c \in (a, b)$ such that $f'(c) = 0$.

Solved example Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for

مثال محلول اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية رول

$$f(x) = x^2 + 1 \quad \text{on the interval } [-2, 2].$$

$f(x)$ continuous and differentiable on $(-2, 2)$

$$f'(x) = 2x = 0$$

$$2x = 0$$

$$x = 0 \in (-2, 2)$$

Solved example Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for

مثال محلول اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية رول

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2 \quad \text{on the interval } [0, 1].$$

$f(x)$ continuous and differentiable on $(-2, 2)$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

By calculator Mode 5,3

$$x = 1.577 \notin (0, 1), \quad x = 0.423 \in (0, 1)$$

Q1 Find a value of c satisfying the conclusion of Rolle's Theorem for

اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية رول

1) $f(x) = x^3 + x^2$ on the interval $[-1, 1]$.

2) $f(x) = \sin x$ on the interval $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $f(x) = \sin x$ on the interval $[-\pi, 0]$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Determine the value where the function satisfies Roll's theorem and find C

اوجد الفترة التي تحقق شروط نظرية رول
ثم اوجد قيمة c

$$f(x) = x^2$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

THEOREM 10.4 (Mean Value Theorem)

Suppose that f is continuous on the interval $[a, b]$ and differentiable on the interval (a, b) . Then there exists a number $c \in (a, b)$ such that

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}. \quad (10.2)$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

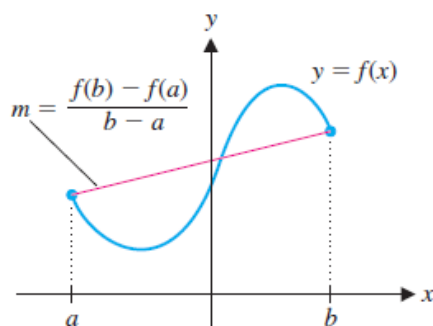


FIGURE 2.51
Secant line

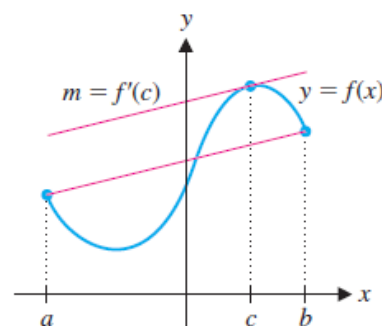


FIGURE 2.52
Mean Value Theorem

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

مثال محلول اوجد قيمة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

Solved example Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

$$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1, [0, 2]$$

$f(x)$ continuous and differentiable on $(0, 2)$

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$f'(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0}$$

$$3c^2 - 2c - 1 = \frac{3 - 1}{2 - 0}$$

$$3c^2 - 2c - 1 = 1$$

$$3c^2 - 2c = 0$$

$$c(3c - 2) = 0 \rightarrow c = 0 \notin (0, 2), \quad c = \frac{2}{3} \in (0, 2)$$

Q1 Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

1) $f(x) = x^2 + 1$ on $[0, 2]$.

2) $f(x) = x^3 + x^2$ on $[-1, 1]$.

3) $f(x) = x^2 - 2x$ on $[0, 2]$.

4) $f(x) = x^3 - x$ on $[0, 2]$.

Q1 Find a value of c satisfying the conclusion of the Mean Value Theorem for

اوجد قيمة c التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

5) $f(x) = x^2 - 2x$ on $[0, 2]$.

6) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ on $[0, 1]$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

7) $f(x) = \sin x$ on $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

8) $f(x) = \sin x$ on $[-\pi, 0]$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

9) $f(x) = 6x^3 - 6x$ on $[0, 2]$.

10) $f(x) = 2\sqrt{3x^2 + 1}$ on $[0, 1]$.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

THEOREM 10.2

If f is continuous on the interval $[a, b]$, differentiable on the interval (a, b) and $f(x) = 0$ has two solutions in $[a, b]$, then $f'(x) = 0$ has at least one solution in (a, b) .

THEOREM 10.3

For any integer $n > 0$, if f is continuous on the interval $[a, b]$ and differentiable on the interval (a, b) and $f(x) = 0$ has n solutions in $[a, b]$, then $f'(x) = 0$ has at least $(n - 1)$ solutions in (a, b) .

Q1 Prove that has exactly one solution.

اثبت ان للدالة حل واحد بالضبط

1) $x^3 + 4x + 1 = 0$

2) $x^3 + 5x + 1 = 0$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) $x^3 + 4x - 3 = 0$

4) $x^5 + 3x^3 - 2 = 0$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $x^3 + 7x - 1 = 0$

6) $x^3 + ax + b = 0, \text{ for } a > 0.$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Prove that has exactly two solutions.

اثبت ان للدالة حلان بالضبط

1) $x^4 + 6x^2 - 1 = 0$

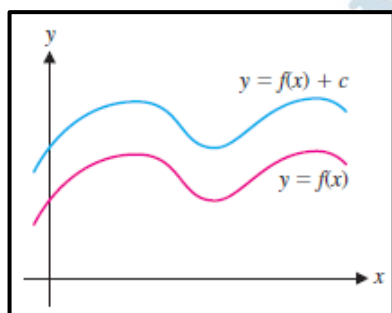
2) $x^4 + 3x^2 - 2 = 0$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



THEOREM 10.5

Suppose that $f'(x) = 0$ for all x in some open interval I . Then, $f(x)$ is constant on I .

COROLLARY 10.1

Suppose that $g'(x) = f'(x)$ for all x in some open interval I . Then, for some constant c ,

$$g(x) = f(x) + c, \text{ for all } x \in I.$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q1 Find all functions that have a derivative equal to.

تمرين: اوجد جميع الدوال التي لها مشتقتها تساوي.

1) $f(x) = 3x^3 + 1$

2) $f(x) = \cos x$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

1) $f(x) = x^2$

2) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q2 Find all functions g such that

اوجد جميع الدوال g بحيث

$$g'(x) = f(x).$$

1) $f(x) = \sqrt{x}$

2) $f(x) = \sin x$

3) $f(x) = \frac{4}{1+x^2}$

4) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

5) $f(x) = 3x^2 - \cos x$

6) $f(x) = x^3 - e^{2x}$

Q3 Prove that

اثبت ان

1) $|\sin a| \leq |a|$ for all a .

2) $|x| \leq |\tan x|$ for $|x| < \frac{\pi}{2}$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

3) Prove that

اثبت

$$|\tan^{-1} a| < |a| \text{ for all } a \neq 0$$

and use this inequality to find all solutions of the equation.

ثم استخدم المتباينة لحل المعادلة

$$\tan^{-1} x = x$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q3

- a) If $f'(x) > 0$ for all values of x , prove that $f(x)$ is decreasing function.
That is $f(a) > f(b)$ when $a < b$

إذا كان $f'(x) > 0$ لجميع قيم x , أثبت أن $f(x)$ متناقصة أي أن
 $f(a) > f(b)$ عندما $a < b$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

- b) Show that the function
 $f(x) = 3 - x - e^{-x}$ is decreasing

بين أن الدالة $f(x) = 3 - x - e^{-x}$ هي دالة متناقصة

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

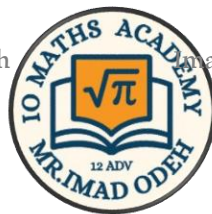
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



اطيب التمنيات للجميع

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>